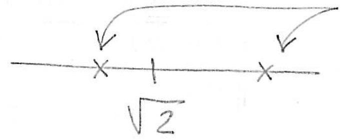
CN $\boxed{12}$, $\boxed{13}$ 13 marzo 2008 / C01

<u>Es</u>: $M = F(10,16)$; determinare un intervallo I, con estremi numeri di macchina, t.c. $I \ni \sqrt{2}$ e mis $I < 10^{-15}$

<u>Sol</u>: esponente di $\sqrt{2}$ (in base 10) $= 1$

Gli elem di M adiacenti a $\sqrt{2}$ hanno esponente 1, perciò distano $10^{1-16} = 10^{-15}$



elem adiacenti a $\sqrt{2}$ in M

Dunque <u>$\nexists I$</u> con le proprietà richieste!

<u>Oss</u>: Se utilizziamo un calc che opera in $F(10,16)$, per approx lo zero positivo di x^2-2 con il metodo di bisezione, con criterio di arresto assoluto

$$\text{mis } I_k < \varepsilon$$

usare $\varepsilon \leq 10^{-15}$ fa sì che l'esecuzione della procedura <u>NON si ARRESTI MAI</u>.

<u>Oss</u> (criterio d'arresto RELATIVO): se I_k contiene uno zero (α) di f <u>e</u> non contiene 0, posto $m_k = \min\{|a_k|, |b_k|\}$ si ha

$$\frac{|x_k - \alpha|}{|\alpha|} \leq \frac{\text{mis } I_k}{m_k}$$

Perciò, dato $\varepsilon > 0$, se ci si arresta quando

$$\frac{\text{mis } I_k}{m_k} < \varepsilon$$

, approssimando α con x_k si ha certamente:

errore REL commesso appross α con x_k

$$\frac{|x_k - \alpha|}{|\alpha|} < \varepsilon$$

<u>Oss</u>: Anche utilizz m di bisez con cr d'arresto rel <u>OCCORRE</u> utilizz ε <u>NON TROPPO PICCOLO</u>!

<u>Oss</u>: la success I_k è determinata dal segno di $f(x_k)$; se si opera in M, si approssima $f(x_k)$ con $\varphi(x_k)$...

<u>Pb</u>: la "rapidità" del metodo di bisezione dipende <u>SOLO</u> da
- ampiezza I_0 (caso assoluto)
- " " e posizione zero (caso rel)

ovvero: è <u>INDIPENDENTE</u> da proprietà particolari di f.

- Metodi <u>AD UN PUNTO</u>

<u>Idea</u>: data f (di cui interessa uno zero), det h t.c. $f(x) = 0$ EQUIVALENTE a $h(x) = x$, ovvero:

$$\alpha \text{ zero di } f \Leftrightarrow \alpha \text{ punto unito di } h$$

<u>Es</u>: $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ t.c. $g(x) \neq 0 \ \forall x$, $h(x) = x - g(x) f(x)$; allora $f(x) = 0 \sim h(x) = x$.

<u>Es</u>: $f(x) = x + \log x$; $h_1(x) = -\log x$, $h_2(x) = e^{-x}$, $h_3(x) = \frac{x + e^{-x}}{2}$.

descriz (op in $\mathbb{R}$) di un METODO AD UN PUNTO:

<u>dati</u>: $h: [a,b] \to \mathbb{R}$ continua, $\gamma \in [a,b]$

$x_0 = \gamma$

<u>per</u> $k = 1, 2, \dots$ <u>ripeti</u>: <u>se</u> $x_{k-1} \notin [a,b]$ <u>allora</u> FINE

<u>altrimenti</u> $x_k = h(x_{k-1})$

<u>uscita</u>: quando opportuno cr d'arresto verificato, x_k

<u>TEO</u> (di conv locale): Siano $[a,b]$, $h \in C^1[a,b]$, $x_0 \in [a,b]$ t.c. ...