

OSS: CALCOLO SCIENTIFICO

- $M = F(\beta, m)$
- $\oplus, \ominus, \otimes, \odot$

"spazio" necessario per rappres.

$\xi \in M$: indip de ξ !!

* FALSO SE ESPONENTE NON LIM!

\Rightarrow Modello "reale" (IEEE 754):

$M = F(\beta, m, -L, U)$ ovvero...

COMPUTER ALGEBRA

- $M = \mathbb{Q}$
- $+, -, \times, /$

"spazio" necessario per rappres

$\xi \in M$: DIPENDE DA ξ !!

Altro modello usato: "virgole fissa"
(vedere Appendice p. 43)

1 ZERI di FUNZIONI di UNA variabile reale

Pb: $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ cont, det. $\alpha \in [a, b]$ t.c. $f(\alpha) = 0$

• Metodo di BISEZIONE

idea: utilizz TEO ESISTENZA ZERI per

costruire success di intervalli I_k , ciascuno contenenti uno zero, e t.c. $I_{k+1} \subset I_k$, $\lim_{k \rightarrow \infty} \text{mis } I_k = 0$.

se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ continua e $f(a)f(b) < 0$ allora \exists zero di f in $[a, b]$

* descriz (operando in \mathbb{R})

dati: $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ continua e $f(a)f(b) < 0$

$a_0 = a, b_0 = b, I_0 = [a_0, b_0], x_0 = (a+b)/2$;

per $k = 1, 2, \dots$ ripeti

se $f(x_{k-1}) = 0$ allora STOP altrimenti

• se $f(x_{k-1})f(b_{k-1}) < 0$ allora $a_k = x_{k-1}, b_k = b_{k-1}$

• se $f(a_{k-1})f(x_{k-1}) < 0$ allora $a_k = a_{k-1}, b_k = x_{k-1}$

• $I_k = [a_k, b_k], x_k = (a_k + b_k)/2$

uscita: quando opportuno CRITERIO di ARRESTO verificato: I_k, x_k .

OSS: $\text{mis } I_k = \frac{\text{mis } I_{k-1}}{2} = \frac{\text{mis } I_{k-2}}{2^2} = \dots = \frac{\text{mis } I_0}{2^k}$

$\Rightarrow \lim_{k \rightarrow \infty} \text{mis } I_k = 0$.

OSS (criterio d'arresto ASSOLUTO): dato $\epsilon > 0$,

supponiamo di arrestare l'iterazione quando $\text{mis } I_k < \epsilon$

(attenzione: per quanto detto prima, la disug ϵ CERTAMENTE verificata dopo un numero finito di passi!)

Allora: • $\exists \alpha \in I_k$ t.c. $f(\alpha) = 0$ (per teo \exists zero...)

• $|x_k - \alpha| \leq \text{mis } I_k < \epsilon$

q.d. si ϵ ottenuta un'approssimazione di α con

ERRORE ASSOLUTO inferiore ad ϵ .

Es: dato $\epsilon > 0$, determi k t.c. $\text{mis } I_k = \frac{\text{mis } I_0}{2^k} < \epsilon$

(il valore trovato ϵ il numero di passi da fare perche' le condiz di arresto sia verificata).