

Es: $\xi_1 = 0,371 \cdot 10^{-2}$, $\xi_2 = 0,865 \cdot 10^0$, $\xi_3 = -0,869 \cdot 10^0$
 $\varphi_1(\xi) = (\xi_1 \oplus \xi_2) \oplus \xi_3$, $\varphi_2(\xi) = \xi_1 \oplus (\xi_2 \oplus \xi_3)$; $M = F(10,3)$,
 per approssimare $f(x) = x_1 + x_2 + x_3$.

Si come $\varphi_1(\xi) = 0$, stimiamo l'errore assoluto:

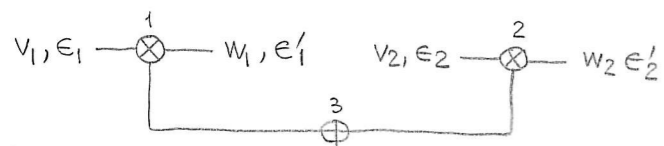
• 1) $\delta_a = \varphi_1(\xi) - f(\xi) = \delta_{a1} + \delta_{a2} \begin{cases} |\delta_{a1}| \leq \frac{1}{2} 10^{0-3} = 0,5 \cdot 10^{-3} \\ |\delta_{a2}| = 0 \end{cases}$
 $\Rightarrow |\delta_a| \leq 0,5 \cdot 10^{-3}$

• 2) $\delta_a = \varphi_2(\xi) - f(\xi) = \delta_{a1} + \delta_{a2} \begin{cases} |\delta_{a1}| \leq \frac{1}{2} 10^{-2-3} = 0,5 \cdot 10^{-5} \\ |\delta_{a2}| \leq \frac{1}{2} 10^{-3-3} = 0,5 \cdot 10^{-6} \end{cases}$
 $\Rightarrow |\delta_a| \leq 0,55 \cdot 10^{-5}$

Q. di φ_2 è più affidabile di φ_1 per appross $f(\xi)$.

Es: si approssima il ps canonico in \mathbb{R}^2 con $PS(v,w) = (v_1 \otimes w_1) \oplus (v_2 \otimes w_2)$.

• Condizionam del ps canonico:

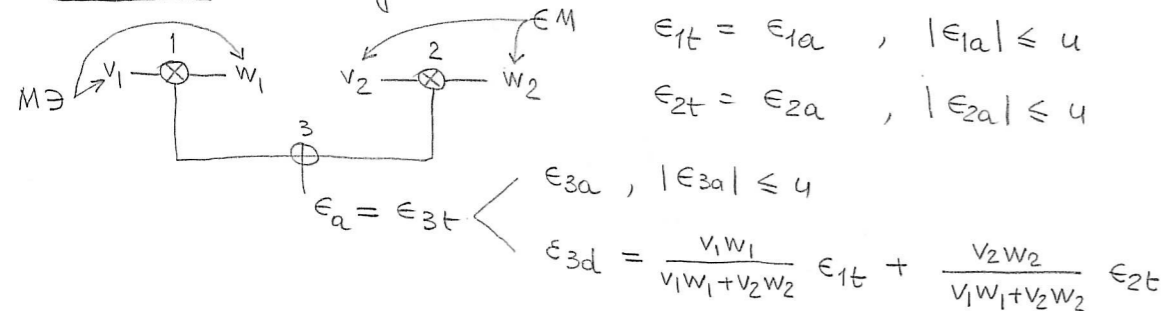


$\epsilon_{1d} = \epsilon_1 + \epsilon_1' + \epsilon_1 \epsilon_1'$
 $\epsilon_{2d} = \epsilon_2 + \epsilon_2' + \epsilon_2 \epsilon_2'$

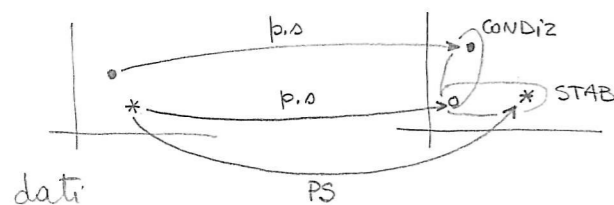
$\epsilon_{3d} = \frac{v_1 w_1}{v_1 w_1 + v_2 w_2} \epsilon_{1d} + \frac{v_2 w_2}{v_1 w_1 + v_2 w_2} \epsilon_{2d}$

"tutto bene" se $v_1 w_1$ e $v_2 w_2$ concordi, ATTENZIONE altrimenti (ad es, se vettori quasi ortogonali...)

• Stabilità dell'algo:



Ad es: per calcolare $\begin{bmatrix} \sqrt{2} \\ 1/3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \pi \\ 1/10 \end{bmatrix} \dots$

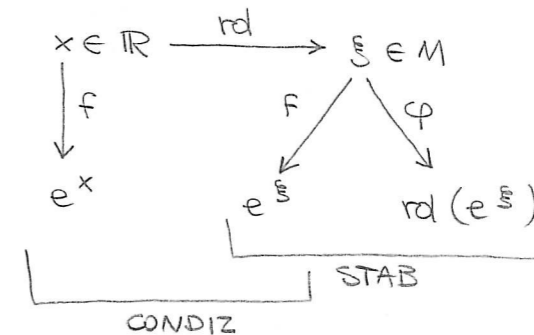


Es: Per appross $f(x) = e^x$ si utilizza $\varphi(\xi) = rd(e^\xi)$, che suppon calcolabile.

• stabilità: $\epsilon_a = \frac{\varphi(\xi) - f(\xi)}{f(\xi)} = \frac{rd(e^\xi) - e^\xi}{e^\xi}$; caso elem $\Rightarrow |\epsilon_a| \leq 4$

• condizionam: $\epsilon_d = \frac{e^{x(1+\epsilon)} - e^x}{e^x} = e^{\epsilon x} - 1$ (f. di condiz)

In pratica:



Ad es: in $F(10,3)$,
 $x = 100\pi$, si ha:
 $|\epsilon_a| \leq 0,5 \cdot 10^{-2} (=4)$
 $\xi = rd(x) = 314$
 $\left| \frac{e^{314} - e^{100\pi}}{e^{100\pi}} \right| \approx 0,15$

Oss: CALCOLO SCIENTIFICO

- MATLAB
- SCI-LAB
- OCTAVE
- ...

- $M = F(\beta, m)$
- $\oplus, \ominus, \otimes, \oslash : M^2 \rightarrow M$

$(\xi_1 \oplus \xi_2) \oplus \xi_3 = 0$, $|\epsilon_a| \leq 0,5 \cdot 10^{-3}$
 (per appross $\xi_1 + \xi_2 + \xi_3$)

$10^{-45} = 0,1 \cdot 10^{-44} \in F(10,3)$

$1 \oplus 10^{-45} = 1$ (appross)

COMPUTER ALGEBRA

- MAPLE
- MATHEMATICA
- AXIOM
- ...

- $M = \mathbb{Q}$
- $+, -, \times, / : \mathbb{Q}^2 \rightarrow \mathbb{Q}$

$\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 = -0,29 \cdot 10^{-3}$
 (esatto!)

$1 + 10^{-45} = \frac{10^{45} + 1}{10^{45}}$

= rapporto di due interi su 46 cifre.