CN $\boxed{4}, \boxed{5}$, 1 marzo 2008 / B11

β int ≥ 2, m int > 0 ; $\mathbb{M} = \mathbb{F}(\beta, m)$; $rd : \mathbb{R} \to \mathbb{M}$

<u>def</u> : $\forall x \in \mathbb{R}$, $\delta(x) = rd(x) - x$ — f. errore assoluto

$\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $\varepsilon(x) = \dfrac{rd(x) - x}{x}$ — f. errore relativo

$$\boxed{\text{Teo}: \quad x = \beta^b g \;;\quad |\delta(x)| \leq \tfrac{1}{2}\beta^{b-m}, \quad |\varepsilon(x)| \leq \tfrac{1}{2}\beta^{1-m}}$$

(<u>dim</u> : ...)

<u>def</u> (precisione di macchina) : $u = \frac{1}{2}\beta^{1-m}$

<u>Oss</u> : $rd(x) = x + \delta(x)$; $rd(x) = x(1 + \varepsilon(x))$

<u>Es</u> :
- $x = \frac{1}{3}$, $\mathbb{M} = \mathbb{F}(10, 3)$; calcolare $rd(x)$, $\delta(x)$, $\varepsilon(x)$ e verificare le disug del Teo.
- $x = 7$, $\tilde{x}$ tale che $\left|\frac{\tilde{x} - x}{x}\right| \leq \frac{1}{100}$; quanto vale $\tilde{x}$?
- $x = 7$, $\tilde{x}$ " " $\left|\frac{\tilde{x} - x}{x}\right| \leq 1$; " " " ?

<u>Oss</u> : Sia Φ l'ins di tutte le f su elementi di $\mathbb{M}$ a valori in $\mathbb{M}$. Elementi di Φ sono, ad esempio, le <u>pseudo-op aritmetiche</u> $\oplus, \ominus, \otimes, \oslash$ def da : $\xi_1 \circledast \xi_2 = rd(\xi_1 * \xi_2)$

<u>def</u> : le <u>funzioni</u> <u>predefinite</u> sono un sottoinsieme <u>finito</u> di Φ.

<u>def</u> : una <u>elaborazione elementare</u> è il calcolo di una f predefinita o il <u>confronto</u> di due elem di $\mathbb{M}$ ($=, \neq, >, \geq$).

> un calcolatore è un dispositivo capace di eseguire <u>sequenze</u> <u>finite</u> di elaborazioni elementari.

<u>Oss</u> : Sia $\varphi : A \to \mathbb{M}$ un elem di Φ. Un calc può essere utilizz per calcolare φ se $\forall \xi \in A$, $\varphi(\xi)$ si può ottenere con una seq finita di elab elem. Qualunque descriz di φ in termini di seq finite di elab elem si chiama <u>algoritmo</u>.

<u>Es</u> :
- $\mathbb{M} = \mathbb{F}(10, 2)$; determ tutti gli elementi $\alpha \in \mathbb{M}$ tali che : $\alpha \oplus 1 = 1$
- dati $n \in \mathbb{Z}$ e $\xi \in \mathbb{M}$, decidere se : $\beta^n \otimes \xi = \beta^n \xi$ (ovvero se $\beta^n \xi \in \mathbb{M}$)
- decidere se in $\mathbb{M} = \mathbb{F}(10, 2)$ si ha: $(1 \oslash 3) \otimes 3 = 1$
- decidere se $\frac{1}{10} \in \mathbb{F}(10, 3)$ e se $\frac{1}{10} \in \mathbb{F}(2, 4)$
