

β intero ≥ 2 , m intero ; $M = F(\beta, m)$ ins. ndm ; es (3), (4)

Oss (proprietà di M)

- $M \subset \mathbb{Q}$, numerabili ; ordinato ; simm rispetto a $0 \in M$ (1)
- 0 di accumulazione (ovvero : $0 \in M$ e $(\exists \text{ succ in } M \rightarrow 0)$)
- $\sup M = +\infty$ ($(\exists \text{ succ in } M \rightarrow +\infty)$), $\inf M = -\infty$ (2)

Oss (struttura geometrica di M)

- Es : $\beta = 10, m = 1$; disegnare quelli con $b = 1 \dots$
- def : funzione successore (σ), precedessore (π) $\left\{ \begin{array}{l} \pi = \sigma^{-1} \\ \text{calcolo} \end{array} \right.$ (5), (6)
- Teo (densità dei ndm) : $M \ni \xi = \beta^b g$; $\frac{\sigma(\xi) - \xi}{\beta^b} = \beta^{-m}$ (5), (6)

Oss : $F(\beta, m)$ è utilizzato "per approssimare \mathbb{R} ".

def (f. arrotondamento) $rd: \mathbb{R} \rightarrow M$ t.c. $rd(x) = \dots$

Oss (proprietà di rd):

- dispari : $rd(-x) = -rd(x)$
- non decrescenti : $x' > x'' \Rightarrow rd(x') \geq rd(x'')$
- $rd(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$
- $x \in M \Leftrightarrow rd(x) = x$

def (funzioni δ, ϵ)

$\delta: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ t.c. $\delta(x) = rd(x) - x$ f. errore assoluto

$\epsilon: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ t.c. $\epsilon(x) = \frac{rd(x) - x}{x}$ f. errore relativo

Oss (proprietà f. errore):

- δ dispari, ϵ pari

• Teo (stime su f. errore) : $\mathbb{R} \ni x \begin{cases} > 0 \\ = \beta^b g \end{cases}$

$|\delta(x)| \leq \frac{1}{2} \beta^{b-m}$; $|\epsilon(x)| \leq \frac{1}{2} \beta^{1-m}$

(dim: ...)

def (precisione di macchina) : $\frac{1}{2} \beta^{1-m} \equiv u$

Oss : $rd(x) = x + \delta(x)$; $rd(x) = x(1 + \epsilon(x))$

ESERCIZI

- 1) detem una succ in M , ξ_k , tale che $\lim_{k \rightarrow \infty} \xi_k = 0$
(Sol: ad es $\xi_k = \beta^{-k} 0,1$)
- 2) Per casa: detem una succ in M , ξ_k , tale che $\lim_{k \rightarrow \infty} \xi_k = +\infty$
- 3) decider se $\frac{7}{8} \in F(2,2)$
[Sol: • detem esponenti : $b = 0$
• decider se fraz compatibili con precisioni :
 $g = \frac{7}{8}$, non compatibili $\Rightarrow \frac{7}{8} \notin F(2,2)$.]
- 4) Per casa: decider se $\frac{7}{8} \in F(2,3)$
- 5) $M = F(10,3)$; $\xi' = 10^3 0,208$; $\xi'' = 10^{-2} 0,100$.
Calcolare σ, π .
- 6) Per casa: $M = F(2,3)$; $\xi' = 2^3 0,101$; $\xi'' = 2^{-3} 0,100$.
Calcolare σ, π .