def: $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ di elem a_{ij} è SIMMETRICA se $a_{ji} = a_{ij}$
ovvero: $A^T = A$

Es: $B = \begin{bmatrix} \frac{k_1+k_2}{m} & -k_2/m \\ -k_2/m & k_2/m \end{bmatrix}$ è simm $\forall k_1, k_2, m$ reali ...

TEO (diagonalizzazione matr simm)
$A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, simmetrica:

- è diagonalizzabile ed esiste una matr ortogonale (ovvero t.c. ...) che realizza la similitudine

ovvero:

- esiste una base ortonormale di $\mathbb{R}^n$ costituita da autovettori di A.

---

dim ...

def: $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$ di elem a_{ij}

- $\bar{A}$ è la matr di elem ij uguale a $\overline{a_{ij}}$
- $A^H = \bar{A}^T$ (trasp coniugata di A)

Es: $A = \begin{bmatrix} 1+i & -i \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, $\bar{A} = \begin{bmatrix} 1-i & i \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, $A^H = \begin{bmatrix} 1-i & 2 \\ i & 1 \end{bmatrix}$

① $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$; $FCJ(A) \in \mathbb{C}^{n\times n}$ f con di J di A
$C \in \mathbb{C}^{n\times n}$ che realizza la similitudine
... $\boxed{A = C\ FCJ(A)\ C^{-1}}$

② U, T fatt QR di C ...
... $U \in \mathbb{C}^{n\times n}$ unitaria (ovvero...)
$T \in \mathbb{C}^{n\times n}$ tr sup   t.c $C = UT$

Oss: C invertibile $\Rightarrow$ T invertibile

③ $A = U \boxed{T\ FCJ(A)\ T^{-1}} U^H$
$\rightarrow \theta \in \mathbb{C}^{n\times n}$ tr sup

q.di: $A = U\theta U^H$

TEO: Ogni matrice di $\mathbb{C}^{n\times n}$ è simile ad una matrice triangolare ed esiste una matrice unitaria che realizza la similitudine.

④ A hermitiana: $A^H = A$, ovvero $U\theta^H U^H = U\theta U^H$
$\Rightarrow \theta^H = \theta$: θ è hermitiana
$\oplus$ θ tr sup $\Rightarrow$ $\theta <$ diagonale / ad elem reali

⑤ U unitaria $\Rightarrow U^H = U^{-1}$ e q.di: $A = U\theta U^{-1}$

A hermitiana $\Rightarrow$ è simile ad una matrice diagonale ad elem reali, ed esiste una matrice unitaria che realizza la similitudine.

è diagonalizzabile e gli autovalori sono tutti reali

TEO (diagonalizzazione matr hermitiane)

- formulazione equivalente: gli autovalori di A sono reali ed esiste una base ortonormale di $\mathbb{C}^n$ costituita da autovettori di A.

⑥ $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ simmetrica ... come elem di $\mathbb{C}^{n\times n}$

- è ad elem reali
- è hermitiana $\Rightarrow$ autovalori reali

$\Rightarrow$ FCJ(A), C ad elem reali ...