

Esercizio: Sia $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$

- determinare una decomposizione ai sensi sing di A ;
- diagonalizzare A ;
- decidere se A è invertibile e, se possibile, calcolare A^{-1} .

Esercizio: determinare tutte le soluz nel senso dei m.q del sistema

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}x = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \text{ e quelle di minima norma.}$$

Esercizio: Siamo

$$r_1: x_1 + x_2 = 1$$

$$r_2: x_1 - x_2 = 0$$

$$r_3: x_2 = \frac{2}{5}$$

tre rette nel piano. Posto $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2/5 \end{bmatrix}$

- determinare le soluz di $Ax = b$ nel senso dei m.q;
- dare una descr. geom della soluzione;
- la retta di eq $5x_2 = 2$ è ancora r_3 ; utilizzarne

questa diversa eq si ottiene, operando come

sopra: $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$, $\gamma = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$; determinare le soluz

di $Bx = \gamma$ nel senso dei m.q.

Esercizio: Sia $m \in \mathbb{R}^2$ un vettore t.c. $\|m\|_2 = 1$, $c \in \mathbb{R}$

- descrivere l'insieme $r = \{x \in \mathbb{R}^2 \text{ t.c. } m \cdot x = c\}$;
- Sia $p \notin r$; verificare che $(m \cdot p - c)^2 = d(p, r)^2$

• Siamo

$$P_1: \frac{x_1}{\sqrt{2}} + \frac{x_2}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$P_2: \frac{x_1}{\sqrt{2}} - \frac{x_2}{\sqrt{2}} = 0$$

$$P_3: x_2 = \frac{2}{5}$$

Posto $\Gamma = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\delta = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ 2/5 \end{bmatrix}$, determinare le soluz

dell'eq $\Gamma x = \delta$ nel senso dei m.q e poi dare una descr. geom della soluzione.