def: $\mathbb{R}^n$ con ps canonico, $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ simmetrica

se $\forall x \begin{cases} \in \mathbb{R}^n \\ \neq 0 \end{cases}$ si ha

$$Ax \cdot x \begin{cases} > 0 \\ \geq 0 \\ \leq 0 \\ < 0 \end{cases} \quad \text{la matrice } A \text{ si dice} \begin{cases} \text{def pos (DP)} \\ \text{semidef pos (sDP)} \\ \text{semidef neg (sDN)} \\ \text{def neg (DN)} \end{cases}$$

altrimenti si dice "indefinita"

Es:
- $I \in DP$
- $O \in sDP \cap sDN$
- $-I \in DN$

(verificare!)

Oss: $A = \mathrm{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n) \in \mathbb{R}^{n\times n}$

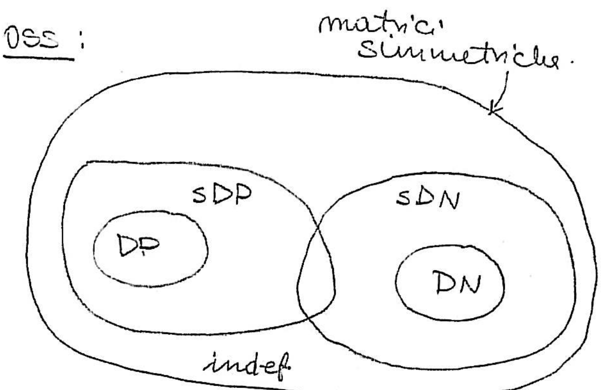
1) $Ax \cdot x = \lambda_1 x_1^2 + \dots + \lambda_n x_n^2$

2) $A \in DP \Leftrightarrow \lambda_1 > 0, \dots, \lambda_n > 0$

$A \in sDP \Leftrightarrow \lambda_1 \geq 0, \dots, \lambda_n \geq 0$

$\vdots$

Oss:



Oss: $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, simmetrica; $F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ t.c. $F(x) = Ax \cdot x$

(... F: "FORMA QUADRATICA associata ad A")

1) $F(0) = 0$

2) $A \in DP \Rightarrow 0 \in \mathbb{R}^n$ è minimo assoluto isolato di F

$A \in sDP, A \notin DP \Rightarrow 0 \in \mathbb{R}^n$ è minimo assoluto non isolato di F

$\vdots$

- A definita $\Rightarrow 0 \in \mathbb{R}^n$ è estremo assoluto <u>isolato</u> di F
- A semidef ma <u>non</u> def $\Rightarrow 0 \in \mathbb{R}^n$ è estr asol <u>non isolato</u> di F
- A indef $\Rightarrow 0 \in \mathbb{R}^n$ <u>non è</u> estremo di F

Es:
- $A = I \in \mathbb{R}^{2\times 2}$, $F(x) = x_1^2 + x_2^2$
- $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $F(x) = x_1^2$ $\quad (F(0, x_2) = 0)$
- $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$, $F(x) = x_1^2 - x_2^2$ $\quad (F(\underset{\neq 0}{x_1}, 0) > 0,\ F(0, \underset{\neq 0}{x_2}) < 0)$