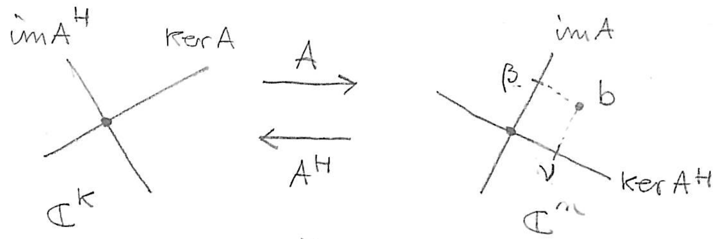

$A \in \mathbb{C}^{n \times k}$

$b \notin \operatorname{im} A$

- $b = \underbrace{\nu}_{\in \ker A^H} + \underbrace{\beta}_{\in \operatorname{im} A}$

- $\mathcal{S}_{MQ} = \{ x \in \mathbb{C}^k \text{ t.c. } Ax = \beta \}$

- Ogni elemento di $\mathcal{S}_{MQ}$ è <u>soluz di $Ax=b$</u> <u>nel senso dei minimi quadrati</u>:

$$x \in \mathbb{C}^k, \; \|Ax - b\|^2 = \|Ax - \beta - \nu\|^2 = \|Ax - \beta\|^2 + \|\nu\|^2 =$$

perchè $\begin{cases} Ax - \beta \in \operatorname{im} A \\ \nu \in \ker A^H \end{cases}$ $\perp$

$$= \begin{cases} \|\nu\|^2 & \text{se } x \in \mathcal{S}_{MQ} \\ > \|\nu\|^2 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

> <u>def</u> (soluz nel senso dei mq): $A \in \mathbb{C}^{n \times k}$, $b \in \mathbb{C}^n$;
> $x \in \mathbb{C}^k$ è <u>soluz</u> dell'eq $Ax = b$ <u>nel senso dei mq</u> SE
> $\forall w \in \mathbb{C}^k, \; \|Aw - b\|^2 \geq \|Ax - b\|^2$

Uso della decompos ai valori singolari

- $A \in \mathbb{C}^{n \times k}$; U, Σ, V decompos ai v. sing di A.

$b = \underbrace{\nu}_{\in \ker A^H} + \underbrace{\beta}_{\in \operatorname{im} A}$

- $\mathcal{S} = \{ x \in \mathbb{C}^k \text{ t.c. } Ax = b \}$, $\mathcal{S}_{MQ} = \{ x \in \mathbb{C}^k \text{ t.c. } Ax = \beta \}$

  = ins delle soluz di $Ax = b$ nel senso dei m.q

- $\mathcal{S}' = \{ x' \in \mathbb{C}^k \text{ t.c. } \Sigma x' = b' \}$; $v \in \mathcal{S} \Leftrightarrow v' \in \mathcal{S}'$

  ($\mathcal{S}'$ è l'ins delle coord risp a $v_1, \dots, v_k$ degli elem di $\mathcal{S}$)

- $\mathcal{S}'_{MQ} = \{ x' \in \mathbb{C}^k \text{ t.c. } \Sigma x' = \beta' \}$; $v \in \mathcal{S}_{MQ} \Leftrightarrow v' \in \mathcal{S}'_{MQ}$