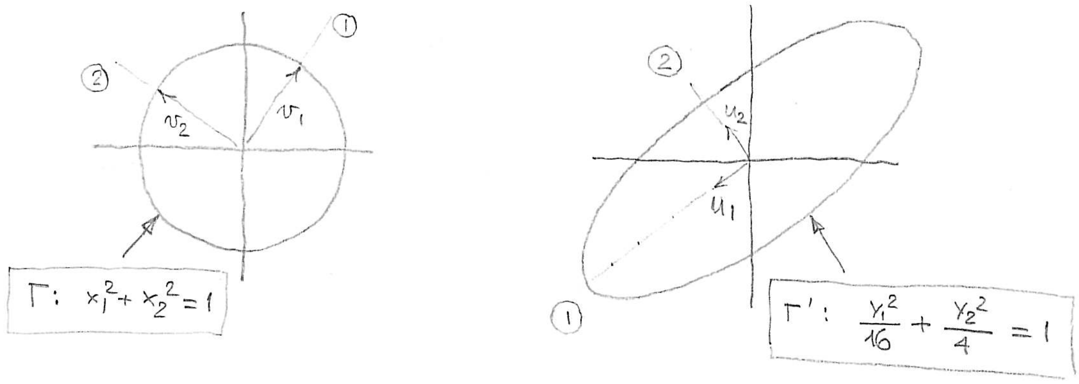
Es: $A = (u_1, u_2)\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}(v_1, v_2)^T \in \mathbb{R}^{2\times 2}$



- $x' = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \Gamma \iff y' = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \Sigma x' = \begin{pmatrix} 4x_1 \\ 2x_2 \end{pmatrix} \in \Gamma'$

  x': coord rispetto base on v_1, v_2

  y': coord rispetto base on u_1, u_2

- Γ è la circonf di raggio 1 e centro $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

  Γ' è l'ellisse di semiassi 4, 2 ...

Oss: $A \in \mathbb{C}^{m\times k}$, $(U, \Sigma, V) = SVD(A)$; $U = (u_1, \dots, u_m)$, $V = (v_1, \dots, v_m)$

- $r = rk(A) = \#$ valori singolari non nulli di A
- $u_1, \dots, u_r$ base on di $im(A) \subset \mathbb{C}^m$
- $v_{r+1}, \dots, v_k$ base on di $ker(A) \subset \mathbb{C}^k$

Allora: $A^H \in \mathbb{C}^{k\times m}$, (V, Σ^T, U) è decomp ai val sing di A^H

- $rk(A^H) = \#$ val sing non nulli di $A^H = r$ (sono = val sing A !)
- $v_1, \dots, v_r$ base on di $im(A^H) \subset \mathbb{C}^k$
- $u_{r+1}, \dots, u_m$ base on di $ker(A^H) \subset \mathbb{C}^m$

Inoltre:

- $\mathbb{C}^k = \langle v_1, \dots, v_r \rangle \overset{\perp}{\oplus} \langle v_{r+1}, \dots, v_k \rangle = im(A^H) \overset{\perp}{\oplus} ker(A)$
- $\mathbb{C}^m = \langle u_1, \dots, u_r \rangle \overset{\perp}{\oplus} \langle u_{r+1}, \dots, u_m \rangle = im(A) \overset{\perp}{\oplus} ker(A^H)$

... graficamente: