TEO (FCJ): $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$, spettro di $A = \{\lambda_1, \dots, \lambda_k\}$, $\nu_j =$ molt. geom (λ_j);

- $\exists\ \delta_{11}, \dots, \delta_{1\nu_1}; \dots; \delta_{k1}, \dots, \delta_{k\nu_k}$ interi positivi t.c.

A è simile a $\mathrm{diag}(J_{11}, \dots, J_{1\nu_1}, \dots, J_{k1}, \dots, J_{k\nu_k})$

con $J_{rs} = \begin{bmatrix} \lambda_r & 1 & & \\ & \ddots & \ddots & \\ & & & 1 \\ & & & \lambda_r \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{\delta_{rs}\times\delta_{rs}}$ (dim: no...)

Es: $FCJ(A) = \begin{bmatrix} 3 & & & & & \\ & 2 & 1 & & & \\ & & 2 & & & \\ & & & 3 & 1 & \\ & & & & 3 & \end{bmatrix}$ $\Rightarrow$
- $\sigma(A) = \{2, 3\}$
- m.a. $(2) = 2 >$ m.g. $(2) = 1$
- m.a. $(3) = 3 >$ m.g. $(3) = 2$

Oss: tutte le matrici simili a FCJ(A) — e quindi simili ad A — hanno lo stesso spettro e le stesse m.a. ed m.g.

- A non è diagonalizzabile (se lo fosse avremmo avuto mg = ma!)
- la somma delle dimens dei blocchi assoc ad un autovalore è pari alla molteplicità algebrica dell'autovalore.

Es: $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & & \\ & 2 & & \\ & & 0 & 1 \\ & & & 0 \end{bmatrix}$; $p_A(x) = (2-x)^2(-x)^2$, $\sigma(A) = \{0, 2\}$
- m.a. $(0) = 2$, m.a. $(2) = 2$

- dim ker $(A) = 1 \Rightarrow$ m.g. $(0) = 1$ $(\delta_{11} =$ m.a. $(0))$
- dim ker $(A - 2I) = 1 \Rightarrow$ m.g. $(2) = 1$ $(\delta_{21} =$ m.a. $(2))$

Es: $B = \begin{bmatrix} 3 & & & \\ & 3 & 1 & \\ & & 3 & 1 \\ & & & 3 \end{bmatrix}$; $p_B(x) = (3-x)^4$, $\sigma(B) = \{3\}$
- m.a. $(3) = 4$

- dim ker $(B - 3I) = 2 \Rightarrow$ m.g. $(3) = 2$ $(\delta_{11} + \delta_{12} =$ m.a. $(3))$
- possibilità: $\delta_{11} = 1$, $\delta_{12} = 3$; $\delta_{11} = \delta_{12} = 2$
- dim ker $(B - 3I)^2 = 3 \Rightarrow \delta_{11} = 1$, $\delta_{12} = 3$

Oss: $(\mathrm{diag}(A_1, \dots, A_k))^2 = \mathrm{diag}(A_1^2, \dots, A_k^2)$

Oss:
- * dim ker $(B - 3I) =$ # blocchi assoc a $\lambda = 3$ (di dimens ≥ 1);
- * dim ker $(B - 3I)^2 =$ # blocchi assoc a $\lambda = 3$ di dimens ≥ 1 + + (# blocchi assoc a $\lambda = 3$ di dimens ≥ 2)

$\Rightarrow$ dim ker $(B - 3I)^2 -$ dim ker $(B - 3I) =$