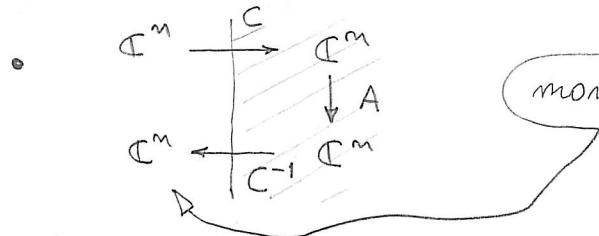


def (matrici simili): $A, B \in \mathbb{C}^{n \times n}$ simili se $\exists C \in \mathbb{C}^{n \times n}$ invertibile t.c. $A = CBC^{-1}$ (ovvero: $AC = CB$).

Oss: $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$; $\mathcal{L}: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ l'opp def de A ; c_1, \dots, c_m base di \mathbb{C}^n ;

- $v \in \mathbb{C}^n$; $v = \underbrace{x_1 c_1 + \dots + x_m c_m}_{\text{COORDINATE di } v \text{ rispetto alla base}}$

posto $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^m$, $C = (c_1, \dots, c_m) \in \mathbb{C}^{n \times m}$: $v = Cx$ (ovvero $x = C^{-1}v$) invertibile perch...



mondo delle coord risp alla base c_1, \dots, c_m

$$\begin{array}{ccc} x & \xrightarrow{\quad} & v = Cx \\ & \downarrow & \\ & \xleftarrow{\quad} & C^{-1}ACx \\ & \downarrow & \\ & \xleftarrow{\quad} & Av = ACx \end{array}$$

- la matr che raffres l'opp $\mathcal{L}: v \rightarrow Av$ nel mondo delle coord risp alla base c_1, \dots, c_m e' $C^{-1}AC$ (simile ad A!)

Teo: $A, B \in \mathbb{C}^{n \times n}$, simili. Allora

- hanno lo stesso polinomio caratteristico
(in part: stessi autovalori e molteplicità algebrica)
- hanno autoappz isomorf. ($\forall \lambda$ autovalori: $\ker(A - \lambda I) \xleftarrow[C^{-1}]{C} \ker(B - \lambda I)$)
(in part: hanno la stessa dimensione, ovvero ciascun autovalore ha la stessa molteplicità geometrica)

$$\begin{array}{|c|} \hline C \text{ è t.c.} \\ \hline A = CBC^{-1} \\ \hline \end{array}$$

(dim: no)

Oss: la similitudine è una relazione di equivalenza.
(ovvero: è RIFLESSIVA, SIMMETRICA e TRANSITIVA)

⇒ la similitudine genera una PARTIZIONE di $\mathbb{C}^{n \times n}$

PROBLEMA: data $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$, tra tutte le matrici simili ad A trovarne qualcuna "semplice".

Es: $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, $c_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $c_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$; determina la matr $B \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ che raffres l'opp $\mathcal{L}: v \rightarrow Av$ nel mondo delle coord risp a c_1, c_2 .