<u>def</u> (matrici simili): $A, B \in \mathbb{C}^{n\times n}$ <u>SIMILI</u> se $\exists\, C \in \mathbb{C}^{n\times n}$ invertibile t.c. $A = CBC^{-1}$ (ovvero: $AC = CB$).

<u>Oss</u>: $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$; $\mathcal{L}: \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^n$ l'applic def da A; $c_1, \dots, c_n$ <u>base</u> di $\mathbb{C}^n$;

- $v \in \mathbb{C}^n$; $v = \underbrace{x_1 c_1 + \dots + x_n c_n}$ COORDINATE di v rispetto alla base

  posto $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^n$, $\underbrace{C = (c_1, \dots, c_n)}_{\text{invertibile perché...}} \in \mathbb{C}^{n\times n}$: $v = Cx$ (ovvero $x = C^{-1}v$)

- $$\begin{tikzcd} \mathbb{C}^n \arrow[r, "C"] & \mathbb{C}^n \arrow[d, "A"] \\ \mathbb{C}^n & \mathbb{C}^n \arrow[l, "C^{-1}"] \end{tikzcd}$$

  mondo delle coord risp alla base $c_1, \dots, c_n$

  $$\begin{tikzcd} x \arrow[r] & v = Cx \arrow[d] \\ C^{-1}ACx & Av = ACx \arrow[l] \end{tikzcd}$$

- la matr che rappres l'applic $\mathcal{L}: v \to Av$ nel mondo delle coord risp alla base $c_1, \dots, c_n$ è $C^{-1}AC$ (<u>simile</u> ad A!)

<u>TEO</u>: $A, B \in \mathbb{C}^{n\times n}$, simili. Allora

- hanno lo stesso polinomio caratteristico (in part: stessi autovalori e molteplicità algebriche)
- hanno autospazi isomorfi ($\forall \lambda$ autovalore: $\ker(A - \lambda I) \underset{C}{\overset{C^{-1}}{\rightleftarrows}} \ker(B - \lambda I)$)

  (in part: hanno la <u>stessa dimensione</u>, ovvero ciascun autovalore ha la stessa molteplicità geometrica) | C è t.c. $A = CBC^{-1}$

(<u>dim</u>: no)

<u>Oss</u>: la similitudine è una relazione di equivalenza. (ovvero: è RIFLESSIVA, SIMMETRICA e TRANSITIVA) | $\Rightarrow$ la similitudine genera una PARTIZIONE di $\mathbb{C}^{n\times n}$

<u>PROBLEMA</u>: data $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$, tra tutte le matrici simili ad A trovarne qualcuna "semplice".

<u>Es</u>: $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$, $c_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $c_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$; determ la matr $B \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ che rappres l'applic $\mathcal{L}: v \to Av$ nel mondo delle coord risp a c_1, c_2.