8 lezione del 16 ottobre

- condiz delle f regolari

$$c_f(x) = \left| \frac{f'(x)}{f(x)} x \right|$$

- condiz delle op aritm

$\times, /$ $\qquad |e_p^{op}| \leq \dots \approx |e_1| + |e_2|$

$+$ $\qquad e_p^{s} = \frac{x_1}{x_1+x_2} e_1 + \frac{x_2}{x_1+x_2} e_2$

(x_1, x_2 hanno lo stesso segno: calcolo certamente BEN CONDIZIONATO)

- stabilità delle f.p:

a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ f. elem

$fp : M \to M$ f.p corrisp a f

$$\forall \xi \in M, \quad fp(\xi) = rd(f(\xi))$$

$$\varphi : \mathbb{R} \to M \;\Big|\; \varphi(x) = fp(rd(x))$$
$$= rd\left[f(rd(x))\right]$$

$$\left[\forall x \in \mathbb{R} \;\exists e \in \mathbb{R} \;\Big|\; rd(x) = (1+e)\,x, \quad |e| \leq u\right]$$

$$\Rightarrow \forall x \;\exists\, e_v, e_a \in \mathbb{R} \;\Big|$$

$$\varphi(x) = (1+e_v)\, f((1+e_a)\,x)$$

$$|e_a| \leq u, \quad |e_v| \leq u$$

11:31 Mar 20 ott LTE 44%

Cartelle

$\Rightarrow \forall x,\ \varphi$ è STABILE quando usato per approx f in x

b) $op : \Omega \to \mathbb{R} \quad (\Omega \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R})$

op aritmetica

$fp : \Omega \cap (M \times M) \to M$ f.p

corrisp a op

$\forall \xi_1, \xi_2 \in M$

$$fp(\xi_1, \xi_2) = rd\,(op(\xi_1, \xi_2))$$

$$\varphi : \Omega \to M \ \Big|\ \varphi(x_1, x_2) = fp\,(rd(x_1), rd(x_2))$$

$$= rd\,(op\,(rd(x_1), rd(x_2)))$$

$\Rightarrow \forall x_1, x_2,\ \exists\, e_v, e_{a1}, e_{a2} \in \mathbb{R} \ |$

$$\boxed{\varphi(x_1, x_2) = (1+e_v)\, op\big((1+e_{a1})x_1,\ (1+e_{a2})x_2\big)}$$

$$rd(x_1) = (1+e_{a1})x_1, \quad |e_{a1}| \leq u$$

$$rd(x_2) = (1+e_{a2})x_2, \quad |e_{a2}| \leq u$$

$$|e_v| \leq u$$

ovvero: $\varphi(x_1, x_2)$ è piccola perturbaz del valore di op in $((1+e_{a1})x_1, (1+e_{a2})x_2)$ vicino a (x_1, x_2)

$\Rightarrow$ φ è STABILE quando usato per approx op in x_1, x_2

P op aritm, f elem

P^* f_p corrisp a < op aritm / f elem

P definisce $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$

P^* " $\varphi : \mathbb{R}^n \to \mathbb{M}^m$

- come è possibile ottenere algo NON STABILI componendo algo STABILI ?

$f_1, f_2 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

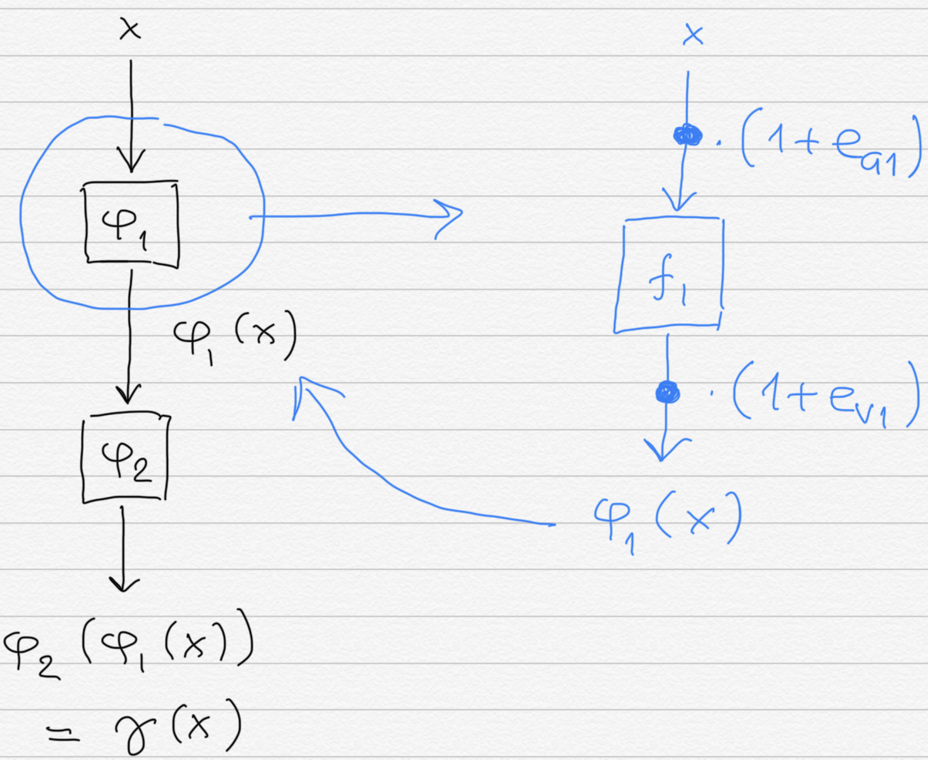
$\varphi_1, \varphi_2 : \mathbb{R} \to \mathbb{M}$ algo STABILI

(φ_1 algo STABILE quando utilizz... f_1 in x; ...)

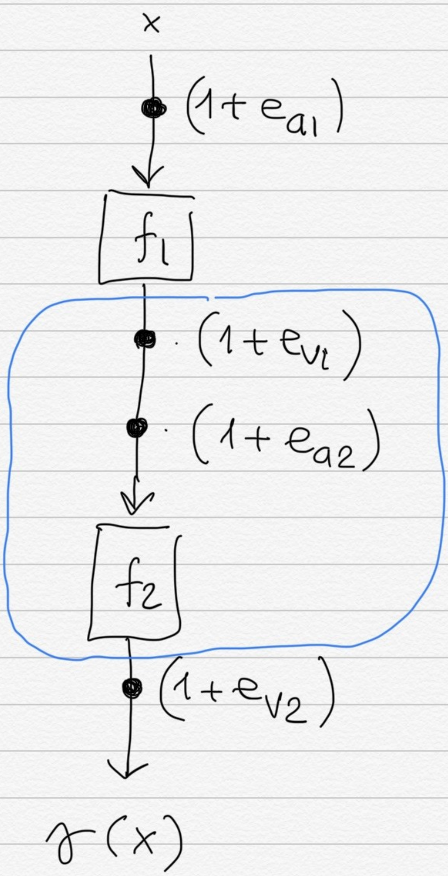
$$f_2 \circ f_1 = g$$

... usiamo $\varphi_2 \circ \varphi_1 = \gamma$
per approx g

<u>Pb</u> det info riguardanti
la stabilità di γ quando
usato per approx g



$$\varphi_1(x) = \underbrace{(1+e_{v1})}\ \boxed{f_1\big(\underbrace{(1+e_{a1})\,x}\big)}$$



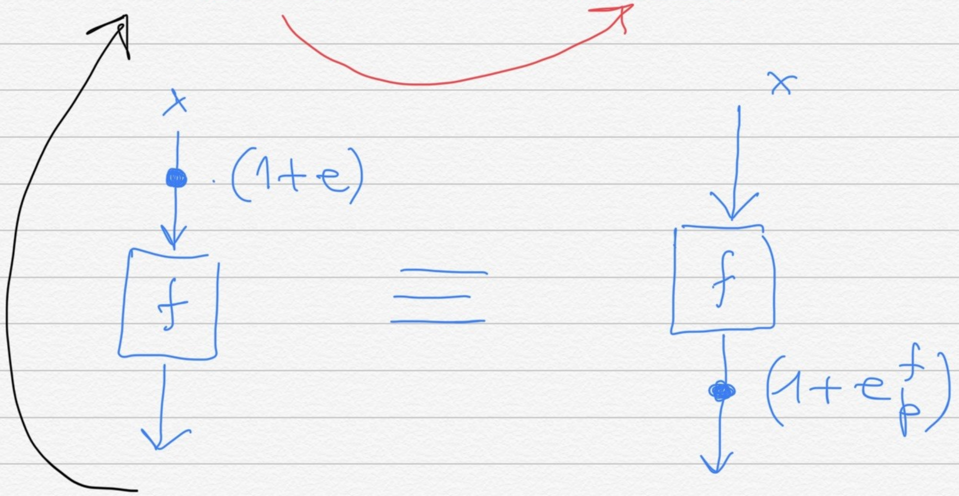
ho utilizzato la def di algo STABILE per ridisegnare lo schema in modo EQUIVALENTE

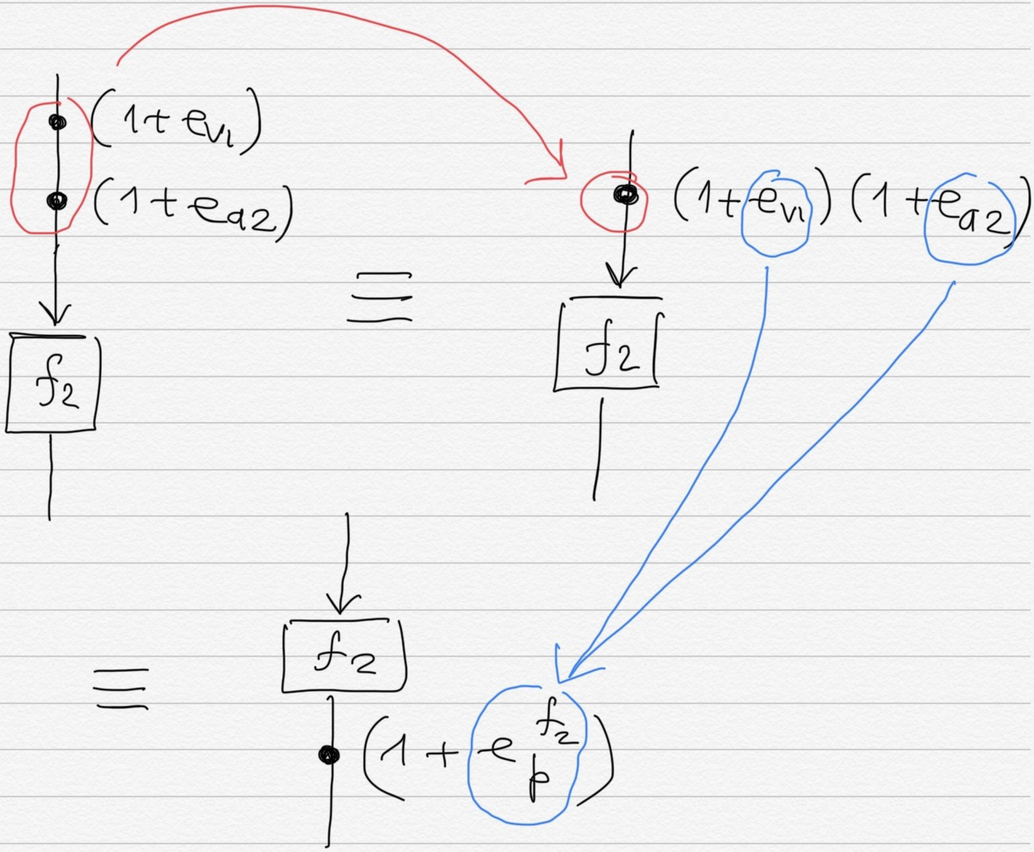
CONDIZIONAM:

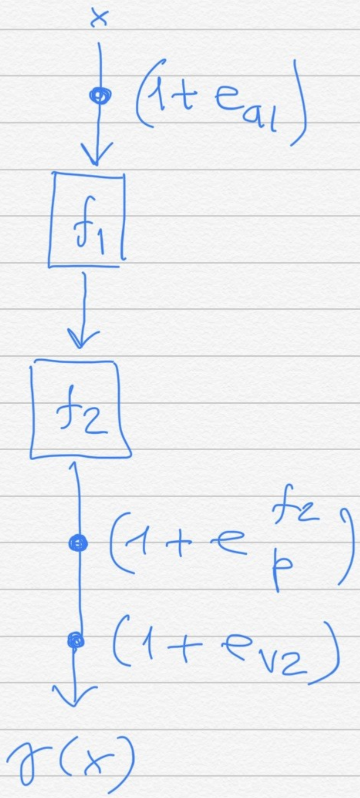
e piccolo

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \in \mathbb{R}$

$$f\big((1+e)\,x\big) = (1+e_p^f)\,f(x)$$




(1+e_{v1})
(1+e_{a2})
f2
≡
(1+e_{v1}) (1+e_{a2})
f2
≡
f2
(1+e^{f2}_p)



$$\gamma(x) = (1+e_{v2})\left(1+e_p^{f_2}\right) \cdot$$
$$\cdot\, f_2\Big(f_1\big((1+e_{a1})\,x\big)\Big)$$

$$\boxed{\gamma(x) = (1+e_t)\; g\big((1+e_{a1})\,x\big)}$$

? $e_t = \boxed{e_{v2} + e_p^{f_2} + e_{v2} e_p^{f_2}}$

→ e_{a_1} piccolo

e_{v2} piccolo

$e_p^{f_2}$ piccolo ?

se $e_p^{f_2}$ è piccolo o no
dipende dal CONDIZIONAM
del calcolo di f_2

IN PRATICA!

se calcolo di f_2 BEN CONDIZ

allora y stabile quanto...

altrimenti ... y può risultare
NON stabile !!