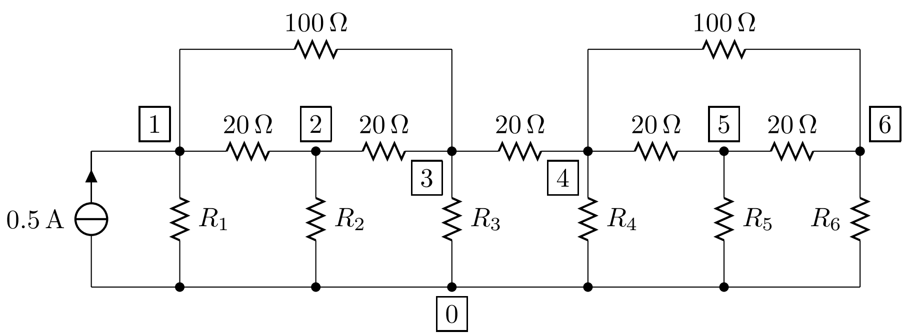
Si consideri la rete lineare di figura in cui: $R_1 = \cdots = R_6 = 100\Omega$.



Detta x_k la tensione del nodo $\boxed{k}$ rispetto al nodo $\boxed{0}$ ed x la colonna di componenti $x_1, \ldots, x_6$, la legge di Kirchhoff delle correnti (somma delle correnti uscenti dal nodo = zero) per i nodi $1, \ldots, 6$ rispettivamente, assume la forma di un sistema di equazioni lineari nell'incognita x:

$$Ax - b = 0 \quad , \quad A \in \mathbf{R}^{6\times 6} \text{ e } b \in \mathbf{R}^6$$

(1) Determinare A e b, constatare che A risulta *simmetrica* ed *a predominanza diagonale forte*, e dedurne che A è invertibile. [Cosa cambierebbe se i valori di $R_1, \ldots, R_6$ fossero diversi da quelli assegnati?]

(2) Dopo aver constatato che `A(1:k,1:k)` è $A[k]$, il minore principale di testa di A di ordine k, utilizzare opportunamente il comando `det` per verificare che A risulta, oltre che simmetrica, *definita positiva*.

(3) Determinare `EGPP`(A) e spiegare come mai la matrice di permutazione prodotta dalla procedura è la *matrice identica*.

(4) Utilizzare il comando `cond` per ottenere approssimazioni del numero di condizionamento delle matrici A, S e D.

(5) Utilizzare opportunamente le procedure `SA` ed `SI` per determinare un'approssimazione $\hat{x}$ della soluzione x^* del sistema $Ax = b$.

(6) Determinare $g_1, \ldots, g_6$ tali che, posto $\Delta = \mathrm{diag}(g_1, \ldots, g_6)$, si abbia:

$$(A + \Delta)\hat{x} = b$$

ovvero tali che $\hat{x}$ risulti la soluzione *esatta* del sistema *perturbato* $(A + \Delta)x = b$.

(7) Interpretare i valori $g_1, \ldots, g_6$ determinati nel punto precedente come perturbazioni dei valori delle resistenze $R_1, \ldots, R_6$. Questo equivale ad interpretare i valori $\hat{x}_k$ come le tensioni dei nodi nella *rete perturbata* ottenuta da quella di figura assegnando alle resistenze $R_1, \ldots, R_6$ i valori...