• CAMPIONAMENTO e RICOSTRUZIONE

def (f. di camp, f. di ricostruz):

dati k intero ≥ 0; $[a,b]$ int non deg, $\overbrace{t_0,\dots,t_k}^{\text{distinti}} \in [a,b]$

- $c: \mathcal{C}([a,b],\mathbb{R}) \longrightarrow \mathbb{R}^{k+1}$ t.c. $c(f) = (f(t_0),\dots,f(t_k))^T$

  FUNZ di CAMPIONAMENTO (agli istanti $\underbrace{t_0,\dots,t_k}$)

  ISTANTI di CAMPIONAMENTO

  Oss: c è lineare e non invertibile

  $[\exists\ f_1 \neq f_2$ t.c. $c(f_1) = c(f_2)]$

- $r: \mathbb{R}^{k+1} \longrightarrow \mathcal{C}([a,b],\mathbb{R})$

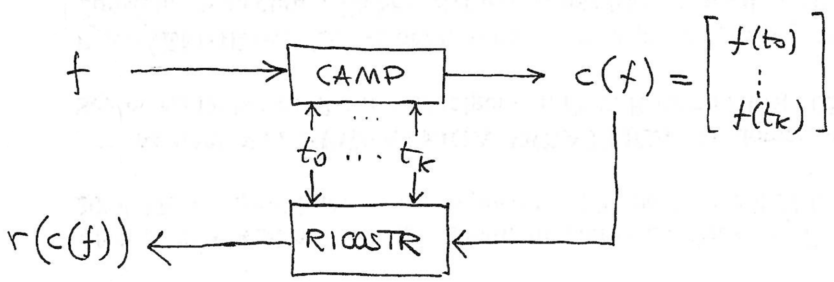
  FUNZ di RICOSTRUZ (rel a c) SE
  - lineare
  - $\forall y \in \mathbb{R}^{k+1},\ c(r(y)) = y$

Es (ricostruz mediante interp polin):

$r: \mathbb{R}^{k+1} \to \mathcal{C}([a,b],\mathbb{R})$ t.c. $r: \begin{bmatrix} y_0 \\ \vdots \\ y_k \end{bmatrix} \to$ l'elem di $\mathbb{P}_k(\mathbb{R})$ che int i dati $(t_0,y_0),\dots,(t_k,y_k)$

- r è f. di ricostruz rel a c

def (err di ricostruzione): $[a,b]$ int non degenere; $t_0,\dots,t_k$ ist di camp; c f di camp; r f di ricostruz



$e: \mathcal{C}([a,b],\mathbb{R}) \to \mathbb{R}$ t.c.

$$e(f) = \max_{[a,b]} |f(t) - r(c(f))(t)|$$

ERRORE di RICOSTRUZIONE

Oss: Procedim alternativo per il calcolo di p in f di Newton in $\tilde{x} \in \mathbb{R}$.

$$p(x) = b_0 + b_1(x-x_0) + b_2(x-x_0)(x-x_1) + b_3(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)$$
$$= b_0 + (x-x_0)[b_1 + b_2(x-x_1) + b_3(x-x_1)(x-x_2)]$$
$$= b_0 + (x-x_0)[b_1 + (x-x_1)\{b_2 + b_3(x-x_2)\}]$$

Per calcolare p in $\tilde{x} \in \mathbb{R}$:

$v = b_3$;

per $j = 2,1$ **ripeti**

$\quad v = b_j + v \cdot (\tilde{x} - x_j)$;

$p(\tilde{x}) = v$

Per calcolare p in $\tilde{x} = (\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_M)^T \in \mathbb{R}^M$:

① $v = b_3$;

<u>per</u> $j = 2, 1$ <u>ripeti</u>

② $v = b_j + v .* (\tilde{x} - x_j)$;

③ $p(\tilde{x}) = v$

<u>Oss</u>: ① Dopo l'assegnamento v è <u>un numero reale</u>;

② Per $j = 2$: $\tilde{x} \in \mathbb{R}^M$, $x_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow \tilde{x} - x_2 \in \mathbb{R}^M$;

$v \in \mathbb{R} \Rightarrow v .* (\tilde{x} - x_2) \in \mathbb{R}^M$;

$b_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow v = b_2 + v .* (\tilde{x} - x_2) \in \mathbb{R}^M$.

Per $j = 1$: $\tilde{x} \in \mathbb{R}^M$, $x_1 \in \mathbb{R} \Rightarrow \tilde{x} - x_1 \in \mathbb{R}^M$;

$v \in \mathbb{R}^M \Rightarrow v .* (\tilde{x} - x_1) \in \mathbb{R}^M$;

$b_1 \in \mathbb{R} \Rightarrow v = b_1 + v .* (\tilde{x} - x_1) \in \mathbb{R}^M$.

③ $p(\tilde{x}) = (p(\tilde{x}_1), \dots, p(\tilde{x}_M))^T$.

Costo del calcolo di UNA componente:

$$b_0 \underset{⑨}{+} (x - x_0) \underset{⑦}{} \underset{⑧}{} \left[b_1 \underset{⑥}{+} (x - x_1) \underset{④}{} \underset{⑤}{} \left\{ b_2 \underset{③}{+} b_3 \underset{②}{} (x \overset{①}{-} x_2) \right\} \right]$$

Somme: ①, ③, ④, ⑥, ⑦, ⑨ $\longrightarrow$ 6

Prodotti: ②, ⑤, ⑧ $\longrightarrow$ 3

In generale, per calcolare p in f. di Newt di grado K in $\tilde{x} \in \mathbb{R}$:

$$\boxed{2K \cdot S + K P}$$

Per l'ESERCITAZIONE vedere la sezione

altro materiale didattico

sulla pagina web del corso.