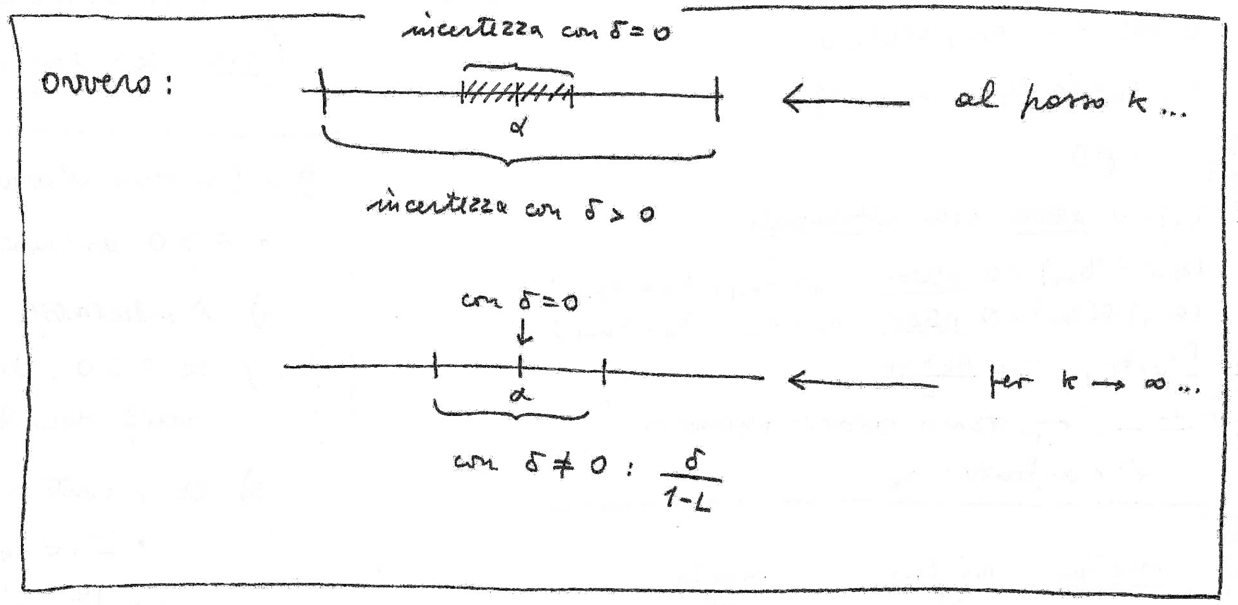
- Uso del calcolatore

SE
- h, $[a,b]$, x_0 ri. ip teo conv con $L \in [0,1)$
- $\varphi : M \to M$ t.c. $|\varphi(\xi) - h(\xi)| \leq \delta$ su $[a,b] \cap M$
- $\xi_k = \varphi(\xi_{k-1})$ in $[a,b]$ $\quad (\xi_0 = x_0 \dots)$

ALLORA:
$$|\xi_k - \alpha| \leq L^k |\xi_0 - \alpha| + \frac{1-L^k}{1-L}\,\delta$$

(α =) pu di h in $[a,b]$



- criteri d'arresto:

(1) $E>0$ dato dall'utilizz

SE $|\xi_{k+1} \ominus \xi_k| < rd(E)$ ALLORA stop

- è calcolabile.
- $|\xi_{k+1} - \xi_k| \leq |\varphi(\xi_k) - h(\xi_k)| + |h(\xi_k) - h(\xi_{k-1})| + |h(\xi_{k-1}) - \varphi(\xi_{k-1})|$

$$\leq \delta + L|\xi_k - \xi_{k-1}| + \delta = L|\xi_k - \xi_{k-1}| + 2\delta$$

$\Rightarrow$ non necess decrescenti E, iterando:

$$|\xi_{k+1} - \xi_k| \leq \underbrace{L^k}_{\to 0}|\xi_1 - \xi_0| + \underbrace{\frac{1-L^k}{1-L}\,2\delta}_{\to \frac{2\delta}{1-L}}$$

$$\boxed{\dots \text{ NON È RAGIONEVOLE aspettarsi di ottenere } |\xi_{k+1} - \xi_k| < \frac{2\delta}{1-L}}$$

- $|\xi_k - \alpha| \leq \dfrac{|\xi_{k+1} - \xi_k|}{1-L} + \dfrac{\delta}{1-L} < \dfrac{rd(E) + \delta}{1-L}$

($\approx$ come op in $\mathbb{R}$)

---

(2) $E>0$ dato dall'utilizz

$\psi : M \to M$ che appross f con

$$\forall \xi \in [a,b] \cap M, \quad |\psi(\xi) - f(\xi)| < \gamma.$$

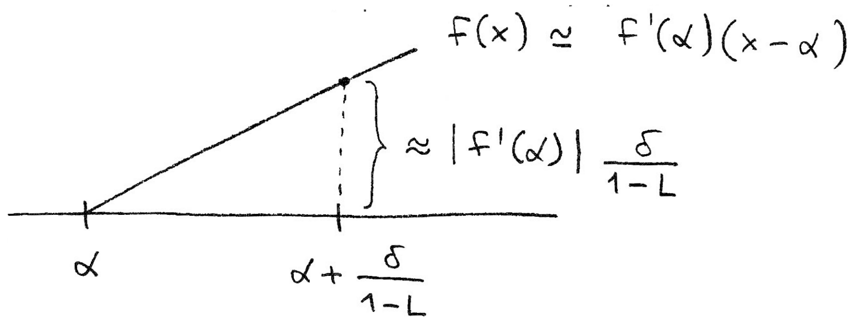
SE $|\psi(\xi_k)| < rd(E)$ ALLORA stop

- è calcolabile.
- $|\psi(\xi_k)| \leq |\psi(\xi_k) - f(\xi_k)| + |f(\xi_k)|$

$$\leq \gamma + |f(\xi_k)| \not\to 0$$

$\Rightarrow$ non necess $|\psi(\xi_k)| \to 0$ E, iterando:

$$\xi_k \to J\left(\alpha, \frac{\delta}{1-L}\right) \text{ e q.di}$$



$$|\psi(\xi_k)| \to \left[0,\ \gamma + |f'(\alpha)| \frac{\delta}{1-L}\right]$$

... NON È RAGIONEVOLE aspettarsi di ottenere

$$|\psi(\xi_k)| < |f'(\alpha)| \frac{\delta}{1-L}$$

- $$|\xi_k - \alpha| \le \frac{|\psi(\xi_k)| + \gamma}{|f'(\theta_k)|} < \frac{rd(E) + \gamma}{|f'(\theta_k)|} \approx \frac{rd(E)+\gamma}{|f'(\alpha)|}$$

($\approx$ come op in $\mathbb{R}$)

<u>Oss</u>: In entrambi i casi è <u>inutile</u> (e volte pericoloso) <u>scegliere E troppo piccolo</u>.

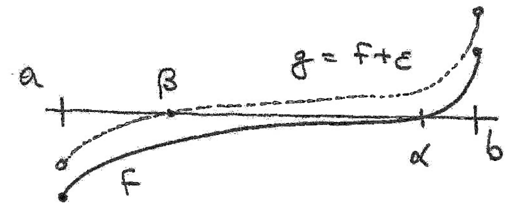
- <u>condizionam.</u> f, $[a,b]$, $\varepsilon > 0$ t.c. ... $\begin{cases} f \in C^1(a,b) \\ f' \neq 0 \text{ su } [a,b] \\ f(a) f(b) < 0 \\ |f(a)|, |f(b)| > \varepsilon \end{cases}$

g continua su $[a,b]$ t.c.

$\forall x \in [a,b]$, $|f(x) - g(x)| < \varepsilon$

$\Rightarrow \exists\, \beta$ zero di g in $[a,b]$ e $|\alpha - \beta| < \frac{\varepsilon}{m}$, $m = \min |f'|$

<u>Es</u>:



<u>Oss</u>: il condiz dip da m.

Problema 2

Si consideri la funzione $h(x) = e^x - 3 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

(a) Determinare il numero di punti uniti di h.

(b) Per ciascuno dei punti uniti, decidere se il metodo iterativo definito da h sia utilizzabile per approssimarlo e, in caso affermativo: indicare un valore x_0 a partire dal quale, operando in $\mathbb{R}$, la successione generata dal metodo iterativo risulta convergente e discutere la rapidità di convergenza della successione.

Problema 2

Sia

$$f(x) = -x^3 - x + 8$$

Dopo aver mostrato che f ha un solo zero, indicare $x_0 \in \mathbb{R}$ tale che la successione ottenuta applicando ad f il metodo di Newton a partire da x_0, operando in $\mathbb{R}$, risulti convergente allo zero.