descriz del m. it un punto def da h (operando in $\mathbb{R}$)

<u>dati</u>: $h:[a,b] \to \mathbb{R}$, <u>continua</u>, $\gamma \in [a,b]$

$x_0 = \gamma$;

<u>per</u> $k = 1, 2, \dots$ <u>ripeti</u>

<u>se</u> $x_{k-1} \notin [a,b]$ <u>allora</u> STOP

<u>altrimenti</u> $x_k = h(x_{k-1})$

<u>uscita</u>: quando un opportuno criterio d'arresto è verif: x_k

<u>OSS</u>: SE $x_0, x_1, \dots \to \alpha$ ALLORA $h(x_0), h(x_1), \dots \to h(\alpha)$ (per la cont di h)

siccome $h(x_0) = x_1$, $h(x_1) = x_2, \dots$ si ha: $h(\alpha) = \alpha$

ovvero: SE la successione generata dal m. it def da h a partire da γ converge, il lim è un punto unito di h

<u>Pb</u> (1) data f, come scegliere h

(2) scelta h, come scegliere γ t.c. succes conv.

<u>TEO</u> (di conv)

Siano $[a,b]$, $h \in C^1(a,b)$ e $x_0 \in [a,b]$ t.c.

1) $\exists \alpha$ p.u di h in $[a,b]$

2) $\exists L \in [0,1)$ t.c. $\forall x \in [a,b]$ si ha $|h'(x)| \leq L$

3) la succes generata dal m. it def da h a partire da x_0 è in $[a,b]$

<u>Allora</u>: (1) α è l'<u>unico</u> p.u di h in $[a,b]$

(2) la succes gen... da x_0 <u>è convergente</u> (ad α).

(<u>dim</u>: ...)

<u>Es</u>: (uso del Teo di conv)

$h(x) = \frac{\cos x}{2} \in C^1(\mathbb{R})$

- $\exists$ p.u di h in $[0, \frac{\pi}{2}]$
- $\forall x \in [0, \frac{\pi}{2}]$, $|h'(x)| \leq \frac{1}{2} = L$
- $x \in [0, \frac{\pi}{2}] \Rightarrow h(x) \in [0, \frac{1}{2}] \subset [0, \frac{\pi}{2}]$

q. di $\forall x_0 \in [0, \frac{\pi}{2}]$ la succes...

Oss: se $[a,b]$, h verif le ip (1) e (2) del Teo conv,

NON È DETTO che $\forall x \in [a,b]$ si abbia $h(x) \in [a,b]$.

Es: $h : [1,7] \to \mathbb{R}$ t.c. $h(x) = 3 - \frac{x}{2}$

- $\exists$ pu di h in $[1,7]$; $\exists L$ che verifica ip (2)

  MA $h(6) = 0 \notin [1,7]$

Oss (scelta di x_0 per metodi ad un punto):

Siano $[a,b]$, $h \in C^1(a,b)$ che verif ip (1) e (2) del Teo conv.

Allora: x_0 = l'estremo di $[a,b]$ più vicino al p.u.

genera una succes in $[a,b]$.

(dim: ...)

Es: quello precedente...

Per determ h e pto iniziale:

1) cerco h che verifica ip (1) e (2) del Teo conv

2) scelgo x_0 con l'Oss (quello più vicino...)

Es: $f(x) = x + \log x$;

$h_1(x) = -\log x$, $h_2(x) = e^{-x}$, $h_3(x) = \dfrac{e^{-x} + x}{2}$

- $h_1(x)$ non utilizzabile