Oss (criterio d'arresto RELATIVO):

- $\epsilon > 0$ assegnato, criterio d'arresto: $\boxed{I_k \not\ni 0 \text{ e, posto } m_k = \min\{|a_k|,|b_k|\},\ \frac{\text{mis } I_k}{m_k} < \epsilon}$

1) è calcolabile ...

2) se $I_0 \not\ni 0$, diseq certamente verif dopo # finito iteraz (mis $I_k \to 0$ e $m_k \geq m_0$)

3) se f continua:
   - $\exists\, \alpha \in I_k$ t.c. $f(\alpha) = 0$
   - $\left|\frac{x_k - \alpha}{\alpha}\right| \leq \frac{\text{mis } I_k}{m_k} < \epsilon$

   ovvero: x_k approssima α con ERRORE RELATIVO inf a ϵ.

Es (per casa): dato $\epsilon > 0$ e $I_0 \not\ni 0$, determ k t.c.

$$\frac{\text{mis } I_k}{m_k} < \epsilon \qquad \left(\underline{\text{Sol}}:\ k > \log_2 \frac{\text{mis } I_0}{m_0} - \log_2 \epsilon \right)$$

Es: descrivere il comportamento del metodo di bisezione quando applicato alla funzione $f(x) = \frac{1}{x - \sqrt{2}}$ a partire da $I_0 = [0, 2]$.

Oss: Utilizzando il calcolatore si ha:

1) $a_0 = rd(a)$, $b_0 = rd(b)$ $\Rightarrow$ si cercano zeri nell'int ...

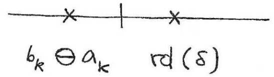
2) $x_k = \frac{a_k + b_k}{2}$ sostituito da $\xi_k = (a_k \oslash 2) \oplus (b_k \oslash 2)$

3) $f(\xi_k)$ sostituito da $\varphi(\xi_k)$: se err rel < 1 ok (il SEGNO è corretto), altrimenti ...

4) criterio d'arresto ...

- ASSOLUTO $\quad b_k \ominus a_k < rd(\delta)$
- RELATIVO $\quad (b_k \ominus a_k) \oslash m_k < rd(\epsilon)$

(A) $\quad b_k \ominus a_k < rd(\delta) \Rightarrow b_k - a_k < \delta$



dunque quando il cr d'arresto è verif si ha (se φ "buona"...):

$$|\xi_k - \alpha| \leq b_k - a_k < \delta$$

(R) $\quad (b_k \ominus a_k) \oslash m_k < rd(\epsilon) \Rightarrow \frac{b_k \ominus a_k}{m_k} < \epsilon$

MA: $b_k \ominus a_k = rd(b_k - a_k) = (1+\theta)(b_k - a_k)$ con $|\theta| \leq u$

$$\Rightarrow (1-u)(b_k - a_k) \leq b_k \ominus a_k \leq (1+u)(b_k - a_k)$$

$$\Rightarrow (1-u)\frac{b_k - a_k}{m_k} < \epsilon \quad \sim \quad \frac{b_k - a_k}{m_k} < \frac{\epsilon}{1-u}$$

Dunque (se φ "buona"...): $\left|\frac{\xi_k - \alpha}{\alpha}\right| \leq \frac{b_k - a_k}{m_k} < \frac{\epsilon}{1-u}$

Es: $F(x) = x^2 - 2$; utilizz bisez con cr d'arresto assoluto e $\delta = 10^{-16}$.

zero $\approx 1{,}41\ldots$ e esp in base due $= 1$

$$\sigma(\xi) - \xi = 2^{1-53} \approx 2{,}22 \cdot 10^{-16}$$

$$\boxed{\Rightarrow \nexists \text{ int ad estremi in } F(2,53) \text{ che include zero e mis} < 10^{-16}}$$

- METODI AD UN PUNTO

idea: data f (di cui si cerca uno zero), det h t.c.

$$f(\alpha)=0 \Longleftrightarrow h(\alpha)=\alpha$$

$$\downarrow$$

α zero di f $\Longleftrightarrow$ α PUNTO UNITO di h (o punto FISSO)

Es: (1) $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ assegnata.

$h(x) = x - f(x)$ ha la proprieta' richiesta.

(2) $\forall g:[a,b]\to\mathbb{R}$ t.c. $\forall x\in[a,b]$ si ha $g(x)\neq 0$, la funzione

$$h(x) = x - g(x)\,f(x)$$

ha la proprieta' richiesta.

(3) siano: $f(x) = x + \log x \quad (x>0)$

- $h_1(x) = -\log x$
- $h_2(x) = e^{-x}$
- $h_3(x) = \dfrac{x+e^{-x}}{2}$

Ciascuna delle h ha la proprieta' richiesta.