def (f errore). $rd : \mathbb{R} \to F(\beta, m)$

- $\delta : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ t.c. $\delta(x) = rd(x) - x$
  funzione ERRORE ASSOLUTO
- $\epsilon : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$ t.c. $\epsilon(x) = \dfrac{\delta(x)}{x} = \dfrac{rd(x) - x}{x}$
  funzione ERRORE RELATIVO

(δ dispari, ϵ pari)

Es: $x = \frac{1}{3}$, $rd : \mathbb{R} \to F(10,3)$

Calcolare $\delta(x)$ e $\epsilon(x)$

(Sol ...)

TEO (stime delle f errore)

$$x \begin{cases} \in \mathbb{R} \\ = \beta^b g \end{cases} \quad \text{allora} \quad \begin{cases} |\delta(x)| \leq \frac{1}{2} \beta^{b-m} \\ |\epsilon(x)| \leq \frac{1}{2} \beta^{1-m} \end{cases}$$

(dim : ...)

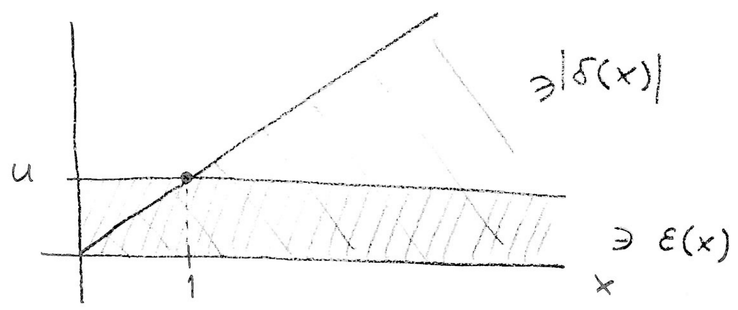
def (precisione di macchina) : $u = \frac{1}{2} \beta^{1-m}$

($\Rightarrow \; |\delta(x)| \leq u |x|$, $|\epsilon(x)| \leq u$)

In Scilab :

```
> number_properties ('eps')
ans = 1,110 D-16
> ans == 2^(-53)
ans = T
```

Oss: • ϵ è f limitata su $\mathbb{R}$, δ no



• $\forall x \in \mathbb{R}$, $\exists\, \delta, \epsilon \in \mathbb{R}$ t.c.

$$\begin{cases} rd(x) = x + \delta \;, & |\delta| \leq u|x| \\ rd(x) = (1+\epsilon)\, x \;, & |\epsilon| \leq u \end{cases}$$

$\delta = \delta(x)$

$$\epsilon = \begin{cases} \epsilon(x) & \text{se } x \neq 0 \\ \text{qualsiasi... (ad es 0)} & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

(B) Funzioni PREDEFINITE (del nucleo interno)

- pseudo-op aritmetiche

  $\oplus, \ominus, \otimes : F(\beta,m) \times F(\beta,m) \longrightarrow F(\beta,m)$

  t.c. $\xi_1 \oplus \xi_2 = rd(\xi_1 + \xi_2)$, ...

  $\oslash : F(\beta,m) \times (F(\beta,m) \setminus \{0\}) \longrightarrow F(\beta,m)$

  t.c. $\xi_1 \oslash \xi_2 = rd(\xi_1 / \xi_2)$

- f. elementari

  $f : \Omega \to \mathbb{R}$, $\Omega \subset \mathbb{R}$, sia una f. elementare (ovvero: f. trigonometrica, esp, logaritmica, radice n-esima ...)

  $\varphi : F(\beta,m) \cap \Omega \to F(\beta,m)$ t.c. $\varphi(\xi) = rd(f(\xi))$

- confronti

  $>, \geq, =, \neq, <, \leq \; : \; F(\beta,m) \times F(\beta,m) \longrightarrow \{V, F\}$

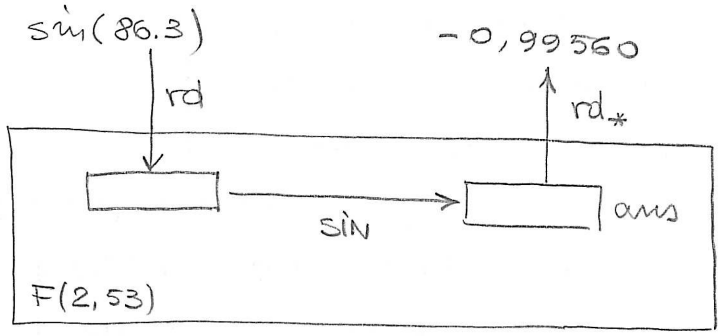
  sono gli stessi di quelli in $\mathbb{R}$.

Oss: in Scilab

> sin(86.3)

ans = −0,9956042

Schematicamente, posto $SIN : F(2,53) \longrightarrow F(2,53)$ t.c. $SIN(\xi) = rd(\sin(\xi))$ si ha:



L'utilizzatore ha a disposizione la funzione $\sin : \mathbb{R} \to S(10,10)$ def da $\sin(x) = rd_*(SIN(rd(x)))$.

Es: in $F(10,2)$...

1) $\oplus$ è simmetrica
2) $\oplus$ non è associativa: $\xi_1 = 10^2\, 0{,}10$; $\xi_2 = \xi_3 = 10^0\, 0{,}38$

   $(\xi_1 \oplus \xi_2) \oplus \xi_3 \neq \xi_1 \oplus (\xi_2 \oplus \xi_3)$

3) $\forall\, \xi_1, \xi_2, \alpha \in F(10,2)$, $\xi_1 > \xi_2 \Rightarrow \xi_1 \oplus \alpha \geq \xi_2 \oplus \alpha$

   (monotonia: segue dalle corrisp propr di rd)

4) $\forall\, \xi \in F(10,2)$: $\xi \oplus 0 = \xi$ ma "lo zero non è unico"...

   $10^2\, 0{,}67 \oplus 10^{-2}\, 0{,}11 = 10^2\, 0{,}67$

Es (per casa): dimostrare, utilizzando le proprietà della funzione $rd : \mathbb{R} \to F(10,2)$, che

- $\forall\, \xi \in F(10,2)$, $\xi \oplus (-\xi) = 0$
- $\forall\, \xi \in F(10,2)$, $\exists!\, \alpha \in F(10,2) : \xi \oplus \alpha = 0$.