CN # 3,4 / 29 settembre 2015 / B33

Proprietà di $F(\beta,m) \subset \mathbb{R}$:

- numerabile e ordinato;

  $F(\beta,m) \subset \mathbb{Q}$

  MA non $= \mathbb{Q}$! Es: $\forall m$, $\frac{1}{10} \notin F(2,m)$; $\frac{1}{3} \notin F(10,m)$.

- simmetrico rispetto a zero;
- zero è (l'unico) punto di accumulazione;
- $\sup F(\beta,m) = +\infty$, $\inf F(\beta,m) = -\infty$.

Es: 1) determ una succes $\xi_k \in F(\beta,m)$

t.c. $\lim_{k\to\infty} \xi_k = 0$ (Sol: $\xi_k = \beta^{-k}\, 0{,}1$)

2) … t.c. $\lim_{k\to\infty} \xi_k = +\infty$ (Sol: $\xi_k = \beta^{k}\, 0{,}1$)

3) decidere se $\frac{7}{8} \in F(2,2)$

Sol: (a) determ esp e fraz in base due: $b = 0$, $g = 7/8$

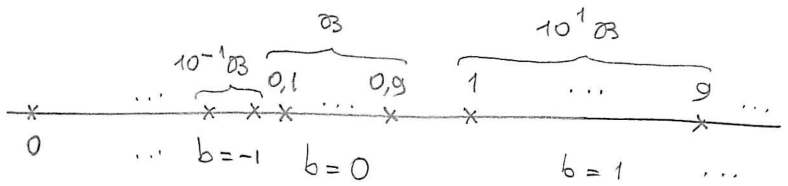
(b) decidere se la fraz è compatibile con la precisione:

non compatibile $\Rightarrow 7/8 \notin F(2,2)$.

Oss (struttura geometrica di $F(\beta,m)$)

- Es: $F(10,1)$, $\mathcal{B} = \{ 0{,}1 ; 0{,}2 ; \dots ; 0{,}9 \}$

elem positivi:



$\boxed{\text{Oss: } b \in \mathbb{Z};\ \max\{10^b \mathcal{B}\} < \min\{10^{b+1} \mathcal{B}\}}$

- def (f. successore, predecessore)

$\xi \in F(\beta,m)$, $\xi \neq 0$; $\sigma(\xi) =$ "il primo ndm $> \xi$"

← SUCCESSORE di ξ

$\pi(\xi) =$ "il primo ndm $< \xi$"

← PREDECESSORE di ξ

Oss: $\sigma ; \pi : F(\beta,m) \setminus \{0\} \longrightarrow F(\beta,m) \setminus \{0\}$

e $\boxed{\pi = \sigma^{-1}}$

Es: $F(10,3)$. Determ: $\sigma(10^{-2}\, 0{,}501)$, $\pi(10^{-2}\, 0{,}501)$

$\sigma(10^{4}\, 0{,}100)$, $\pi(10^{4}\, 0{,}100)$

- (per casa): $F(2,3)$. Determ: $\sigma(2^{-3}\, 0{,}101)$,

$\pi(2^{-3}\, 0{,}101)$, $\sigma(2^{-3}\, 0{,}100)$, $\pi(2^{-3}\, 0{,}100)$;

$\pi(-2^{-1}\, 0{,}110)$, $\sigma(2^{-1}\, 0{,}110)$ e verificare

che $\pi(-2^{-1}\, 0{,}110) = -\sigma(2^{-1}\, 0{,}110)$

È vero che $\forall \xi \in F(2,3)$, $\xi \neq 0$ si ha: $\pi(-\xi) = -\sigma(\xi)$?

- TEO (distribuzione degli elem di $F(\beta,m)$)

$\xi = \beta^b g \in F(\beta,m)$, $\xi > 0$

Allora: $\dfrac{\sigma(\xi) - \xi}{\beta^b} = \beta^{-m}$ (indip da ξ !!)

(Dim: …)

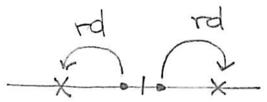
def (ndm): I numeri di macchina, cioè gli unici numeri su cui il nucleo interno del calcolatore sa operare, sono gli elem di $F(\beta, m)$ — per β ed m dipendenti dal calcolatore.

Es: OCTAVE, SCILAB, MATLAB ... $F(2, 53)$
HP49G ... $F(10, 12)$

I numeri di macchina sono utilizzati dal calcolatore PER APPROSSIMARE numeri reali.

def (f. arrotondamento)

$rd : \mathbb{R} \to F(\beta, m)$ t.c. $rd(x)$ = l'elemento di $F(\beta, m)$ che ha distanza minima da x, SE ESISTE.



SE x equidistante da due elem consecutivi di $F(\beta, m)$...

... varie possibilità: se β pari, la più frequente è $rd(x)$ = quello con l'ultima cifra della fraz pari.

Es: $x = \frac{1}{10}$, $rd : \mathbb{R} \to F(2,2)$. Determ $rd(x)$.

(Soluz ...)