dim: ① Per assurdo. ip: $\exists\, \beta \neq \alpha$ pu di h in $[a,b]$;

allora: $|\beta - \alpha| = |h(\beta) - h(\alpha)| \leq L\,|\beta - \alpha| < |\beta - \alpha|$, assurdo.

② $|x_k - \alpha| = |h(x_{k-1}) - h(\alpha)| \leq L\,|x_{k-1} - \alpha|$

ma: $|x_{k-1} - \alpha| = |h(x_{k-2}) - h(\alpha)| \leq L\,|x_{k-2} - \alpha|$

q.di: $|x_k - \alpha| \leq L^2\,|x_{k-2} - \alpha|$

iterando il ragionamento: $|x_k - \alpha| \leq L^k\,|x_0 - \alpha|$

e siccome $L < 1$: $\boxed{\lim_{k \to \infty} |x_k - \alpha| = 0}$

Es: (uso del Teo di conv loc)

$h(x) = \dfrac{\cos x}{2} \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$

- $\exists$ p.u di h in $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$
- $\forall x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, $|h'(x)| \leq \frac{1}{2} = L$
- $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow h(x) \in \left[0, \frac{1}{2}\right] \subset \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

q.di $\forall x_0 \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ la success...

Oss: se $[a,b]$, h verif le ip (1) e (2) del Teo conv loc,
NON È DETTO che $\forall x \in [a,b]$ si abbia $h(x) \in [a,b]$.

> **Es**: $h : [1,7] \to \mathbb{R}$ t.c. $h(x) = 3 - \frac{x}{2}$
>
> • $\exists$ pu di h in $[1,7]$; $\exists L$ che verifica ip (2)
>
> MA $h(6) = 0 \notin [1,7]$

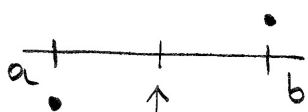
Oss (scelta di x_0 per metodi ad un punto):

Siano $[a,b]$, $h \in C^1(a,b)$ che verif ip (1) e (2) del Teo conv loc.

Allora: x_0 = l'estremo di $[a,b]$ più vicino al p.u. genera una succes in $[a,b]$.

Pb: come decido quale dei due estremi di $[a,b]$ è più vicino ad α?

Considero $F(x) = x - h(x)$: è CRESCENTE in $[a,b]$ e $F(\alpha) = 0 \Rightarrow$



$F(a) < 0$, $F(b) > 0$ e valutando il segno di $F\left(\frac{a+b}{2}\right)$...