

ES: • $P(x) = (x-2)^{13}$

(A) $a = 1,1$

$b = 3$

$E = 1d-15$ (numero atteso di iteraz: 51)

function $y = P(x)$

$y = (x-2).^13$

endfunction

$[z, v, info, k, mis] =$

bisezione (P, a, b, E, Kmax = 54)

otteniamo: $mis \approx 3,1 \cdot 10^{-15}$ ($> E$)

$k = 49$

$info = 0$

$z = 2$

(B) a, b, E come nel caso precedente

$[z, \dots] = \text{bisezione}(\text{HoP}, \dots)$

function $y = \text{HoP}(x)$

$y = \text{horner}(\text{poly}(2 \cdot \text{ones}(1, 13), 'X'), x)$

endfunction

def (metodo di Horner):

• $p(x) = a_0 + a_1 x + \dots + a_n x^n$

polin a coeff reali di grado n ($a_n \neq 0$)

• dato $y \in \mathbb{R}$, il m. di Horner per calcolare $p(y)$ e':

$$p(y) = a_0 + y(a_1 + y(a_2 + \dots + y a_n))$$

costo: $n S + n P$

Es: $p(x) = 3 + 4x + 5x^2 - 6x^3$

$$p(y) = 3 + y[4 + y(5 + y(-6))]$$

operez = ...

otteniamo: $mis \approx 8,8 \cdot 10^{-16}$ ($< E$)

$$k = 51$$

$$info = 1$$

$$z \approx 2,17$$

← (?)

Per capire come mai accade questo ...

ACCURATEZZA, STABILITÀ e CONDIZIONAMENTO

si vuole approssimare il valore di una funzione $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, nel punto $x \in \mathbb{R}$, utilizzando il calcolatore.

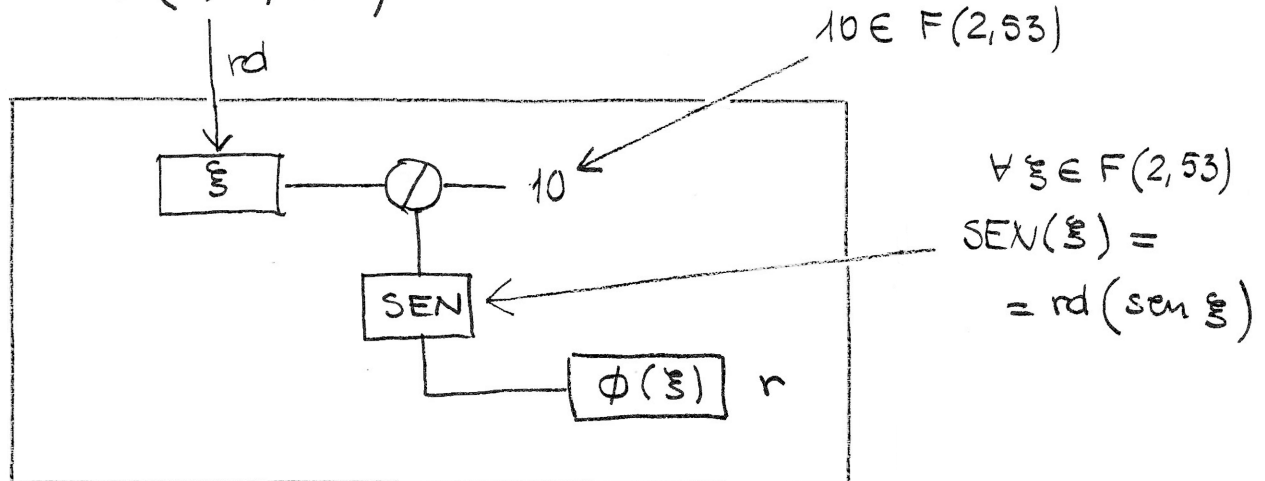
Problema: il calcolatore non sa calcolare F ed al suo posto calcola i valori di

$$\tilde{F}: \mathbb{R} \rightarrow F(2,53)$$

Es: $F(x) = \text{sen } \frac{x}{10}$, $x = 0,1 \in \mathbb{R}$ (ma $\notin F(2,53)$)

In Scilab:

$$> r = \text{sen}(0,1/10)$$



$$\begin{aligned} \text{si ha: } r &= \phi(\xi) = \text{SEN}(\xi \oslash 10) \\ &= \text{SEN}(\text{rd}(0,1) \oslash 10) = \tilde{F}(0,1) \end{aligned}$$

dove $\tilde{F}: \mathbb{R} \rightarrow F(2,53)$ è la funzione definita da:

$$\tilde{F}(x) = \text{SEN}(\text{rd}(x) \ominus 10)$$

ALGORITMO utilizzato per
approssimare i valori di

$$F(x) = \text{sen} \frac{x}{10}$$

Si vuole studiare l'ERRORE commesso
approssimando $F(x)$ con il valore
fornito dall'algoritmo: $\tilde{F}(x)$.

• def (ACCURATEZZA):

L'algo \tilde{F} è ACCURATO quando utilizzato
per appross il valore di F in x SE

$$\exists \varepsilon \in \mathbb{R} \text{ t.c: } \tilde{F}(x) = (1 + \varepsilon) F(x)$$

ε è "piccolo"

Oss:

(1) se $F(x) = 0$, \tilde{F} è accurato solo se $\tilde{F}(x) = 0$.

(2) se $F(x) \neq 0$, si ha necessariamente:

$$\varepsilon = \frac{\tilde{F}(x) - F(x)}{F(x)}$$

dunque ε è l'err relativo commesso
appross $F(x)$ con $\tilde{F}(x)$.