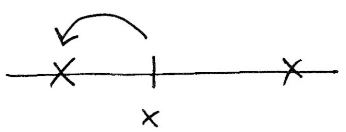
2) come il calcolatore utilizza gli elementi di $F(\beta,m)$...

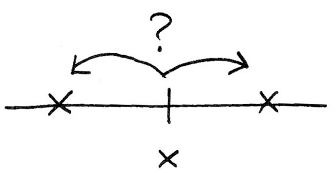
$\boxed{\text{... per APPROSSIMARE numeri reali}}$

- funzione ARROTONDATO $rd : \mathbb{R} \to F(\beta,m)$

<u>def</u>: $\forall x \in \mathbb{R},\ rd(x) = \dots$

... l'elemento di $F(\beta,m)$ più vicino ad x

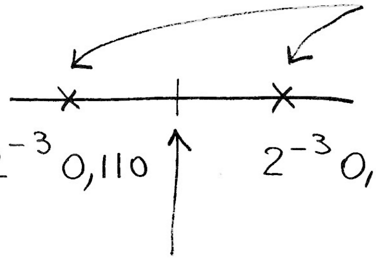




o, se c'è ambiguità, quello dei due che ha frazione che termina con cifra PARI.

<u>Es</u>: $F(2,3)$, $x = \frac{1}{10}$, $b = -3$, $g = 0,\overline{1100}$

elem di $F(2,3)$ <u>adiacenti</u> ad x



$2^{-3}\,0{,}110$ $\qquad$ $2^{-3}\,0{,}111$

punto medio

$= 2^{-3}\,0{,}1101\ (>x) \Rightarrow rd(x) = 2^{-3}\,0{,}110$

Oss Se β pari e $m \geq 2$ allora: se l'ultima cifra della frazione di $\xi \in F(\beta, m)$ è PARI (rispett. DISPARI), l'ultima cifra della frazione del successore di ξ è DISPARI (rispett. PARI).

se β dispari non è vero!

Es: elem consecutivi in $F(3,2)$ sono

$3^0\ 0{,}10$ pari
$3^0\ 0{,}11$ dispari
$3^0\ 0{,}12$ pari
$3^0\ 0{,}20$ PARI!

- rd non è una funzione che il calcolatore mette a disposizione dell'utilizzatore, ma è indispensabile per capire come...

1) il calcolatore "legge" i numeri reali
2) il calcolatore fa operazioni sugli elementi di $F(\beta, m)$.

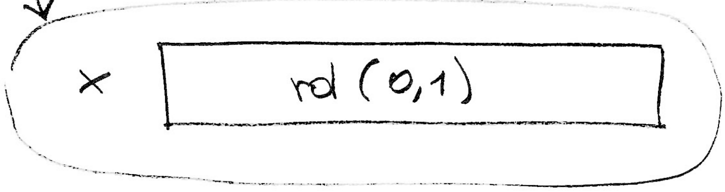
Es 1 : $> x = 0{,}1$ (comando Scilab)

effetto...

a) se non esiste già, viene creata una variabile di nome x

b) alla variabile viene assegnato il valore

$rd(0{,}1) \in F(2,53)$



Il calcolatore APPROSSIMA il numero reale con il suo arrotondato in $F(\beta, m)$

Pb: che errore viene commesso?

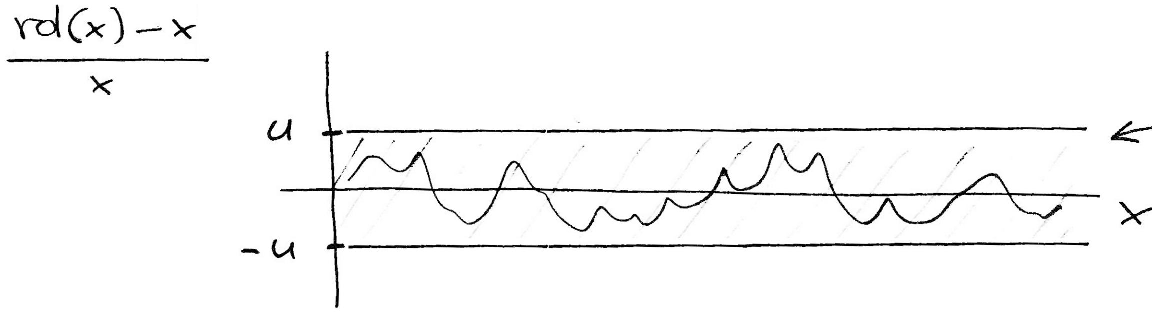
Soluzione:

Teo: $\forall x \in \mathbb{R}, \ x \neq 0 \quad \dfrac{|rd(x) - x|}{|x|} \leq \dfrac{1}{2}\beta^{1-m} \equiv u$

PRECISIONE di MACCHINA

Oss :

- la stima è <u>uniforme</u> nel senso che la quantità che limita l'errore è <u>indipendente</u> da x (dipende solo dai parametri che definiscono $F(\beta, m)$)

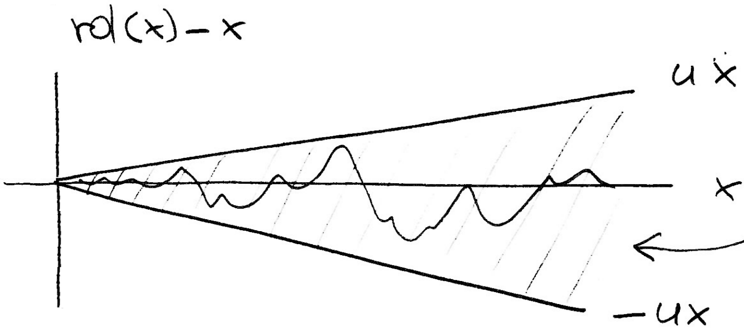


striscia che contiene il grafico di...

- in $F(2,53)$ è $u = \frac{1}{2} 2^{1-53} = 2^{-53} \simeq 1.11\ 10^{-16}$

- l'errore considerato è quello RELATIVO; per l'errore ASSOLUTO si ottiene la stima (<u>non uniforme</u>!):

$$|rd(x) - x| \leq u|x| \qquad (\text{vale } \forall x \in \mathbb{R})$$



settore che contiene il grafico di...

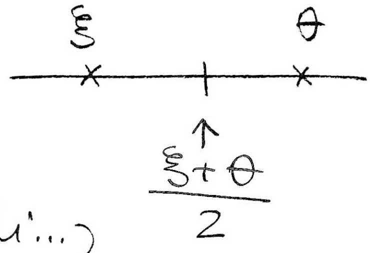
Questo accade per come sono distribuiti gli elementi di $F(\beta, m)$. Questi ultimi sono <u>pensati appositamente</u> per ottenere la stima uniforme dell'errore relativo.

(<u>Nota</u>: per i numeri in <u>virgola fissa</u> accade l'opposto: la stima dell'errore assoluto è uniforme, quella dell'errore relativo no.)

<u>Es</u> 2 : ξ elem positivo di $F(2,53)$

θ successore di ξ $\Rightarrow (\theta \in F(2,53))$

- $\frac{1}{2}\xi \in F(2,53)$, $\frac{1}{2}\theta \in F(2,53)$
- $\frac{1}{2}\xi + \frac{1}{2}\theta \notin F(2,53)$



Si ha ($\xi = 1$):

il successore di...

```
> c = 1/2 + nearfloat("succ", 1)/2

c = 1

> c == 1
```

"c è uguale a 1 ?"

```
ans = T
```

variabile "di appoggio" che "contiene la risposta"

In Scilab (nel calcolatore) si ha:

<u>def</u> (pseudo-op aritmetiche)

sia $\star \in \{+,-,\times,/\}$.

$\forall\, \xi_1, \xi_2 \in F(\beta,m)$:

$$\xi_1 \circledast \xi_2 = rd(\xi_1 \star \xi_2)$$

Le pseudo-op sono definite "nel modo migliore possibile" nel senso che l'errore tra il valore esatto ($\xi_1 \star \xi_2$) e quello definito ($\xi_1 \circledast \xi_2$) e' il minimo possibile.

e quello che accade e':

$1/2 \quad + \quad$ nearfloat("succ",1)/2