<u>Es</u>: $F(10,1)$

- $\frac{1}{100} \in F(10,1)$: $\frac{1}{100} = 10^{-2} = 10^{-1}\, 0{,}1$
- $\frac{11}{100} \notin F(10,1)$: $\frac{11}{100} = 0{,}11 = 10^{0}\, 0{,}11$ ← frazione <u>non compatibil</u> con precis = 1
- tutti gli elem positivi di $F(10,1)$ con esp <u>zero</u>:

$$\mathcal{D} = \{ 0{,}1 \; ; \; 0{,}2 \; ; \; \dots \; ; \; 0{,}9 \}$$

- tutti quelli con esp $b \in \mathbb{Z}$: $10^{b}\mathcal{D}$ (positivi), $-10^{b}\mathcal{D}$ (negativi)
- $$F(10,1) = \bigcup_{b\in\mathbb{Z}} (-1)\, 10^{b}\mathcal{D} \;\cup\; \{0\} \;\cup\; \bigcup_{b\in\mathbb{Z}} 10^{b}\mathcal{D}$$

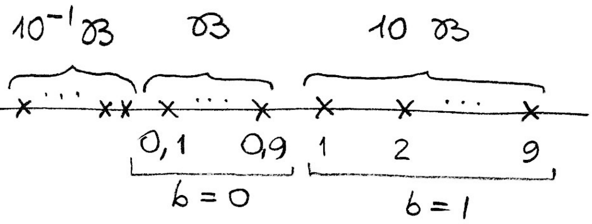
PROPRIETÀ di $F(\beta, m)$

- $\subset \mathbb{Q}$ ($\Rightarrow$ numerabile e ordinato)
- simmetrico risp a zero
- zero è (l'unico) pto di accumulazione
- $\sup F(\beta,m) = +\infty$, $\inf F(\beta,m) = -\infty$

<u>Oss</u> (distanza tra elem consecutivi):

<u>Es</u>: $F(10,1)$

(positivi)



- $b \in \mathbb{Z}$; dist tra elem consecutivi

$$= 10^{b} \cdot 0{,}1 = 10^{b} \cdot 10^{-1}$$

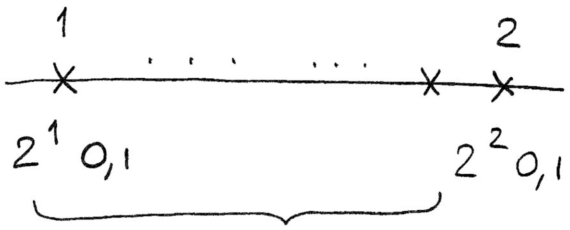
- in generale: dato $\xi = \beta^b g$ e detto $\sigma(\xi)$ il <u>successore</u> di ξ si ha:

$$\boxed{\sigma(\xi) - \xi = \beta^{b-m}}$$

- la distanza è tanto maggiore quanto l'esp b è grande ($\Rightarrow$ "tanto più ξ è lontano da 0")

<u>Es</u>: Nell' Es finale della Lez precedente, la situazione è

- $\alpha \in (1,2)$
- $F(2,53)$ (comune a SCILAB, OCTAVE, MATLAB)



$b = 1 \Rightarrow \text{dist} = 2^{1-53} = 2^{-52}$

$\approx 2{,}22 \cdot 10^{-16}$

- la procedura di bisez ha trovato l'int (non degenere) più piccolo possibile che contiene lo zero, MA questo int ha misura $> E$.

- IN PRATICA ... inutile scegliere $E < \beta^{b-m}$

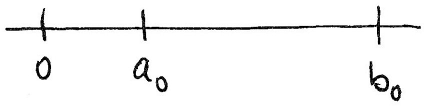
CRITERIO di ARRESTO di "tipo RELATIVO"

dato $\mathcal{E}$ reale positivo...

... $\boxed{\begin{array}{l} \underline{\text{se}} \quad \text{mis } I_k < \mathcal{E} \cdot \min\{|a_k|, |b_k|\} \\ \underline{\text{allora}} \quad \text{STOP} \end{array}}$

1) "è calcolabile"

2) $\underline{\text{SE}}$ $0 \notin I_0$: $\forall k$, $0 \notin I_k$ e

• 

$\Rightarrow \min\{|a_k|, |b_k|\} = a_k > 0$

e $a_0 \leq a_k < b_0 \Rightarrow \boxed{\lim_{k \to \infty} \frac{\text{mis } I_k}{\min\{|a_k|, |b_k|\}} = 0}$

• 

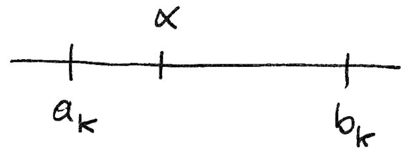
$\Rightarrow \min\{|a_k|, |b_k|\} = |b_k| > 0$

e $|b_0| \leq |b_k| < |a_0| \Rightarrow \boxed{\lim_{k \to \infty} \frac{\text{mis } I_k}{\min\{|a_k|, |b_k|\}} = 0}$

q. di: disug <u>certamente verificata</u> dopo un <u>numero finito</u> di iterazioni.

3) $\underline{\text{SE}}$ f <u>continua</u> :

• $\exists\, \alpha \in I_k$ zero di f



- $$\frac{|x_k - \alpha|}{|\alpha|} \leq \frac{\frac{1}{2} \text{mis } I_k}{|\alpha|} < \frac{1}{2} \frac{\text{mis } I_k}{\min\{|a_k|, |b_k|\}} < \frac{E}{2}$$

- x_k approssima α con $\boxed{\underline{\text{errore relativo}} < \frac{E}{2}}$

- $\boxed{\text{IN PRATICA... inutile scegliere } E < \beta^{1-m}}$

Conseguenze di' : $F(\beta, m) \neq \mathbb{R}$

- $> x = 0,1$

  <u>MA</u> $0,1 = \frac{1}{10} \notin F(2,53) \Rightarrow$ valore di $x \neq 0,1$

- $> (1 - 9/10) * 10 - 1$

  ans $= -2,220\,D-16$

  <u>Oss</u> : $1, 9, 10 \in F(2,53)$ <u>MA</u> $\frac{9}{10} \notin F(2,53)$!

  ovvero $\boxed{\exists\, x, y \in F(2,53) \text{ t.c. } x \oslash y \neq x/y}$

- $f(x) = \dfrac{x(x-1)}{x - \sqrt{x}}$, def per ...

  (A) $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - \sqrt{x}} = \dfrac{(x - \sqrt{x})(x + \sqrt{x})}{x - \sqrt{x}} =$

  $= x + \sqrt{x}$

(B) Per $x = 2 \in F(2, 53)$:

```
> a = 2*(2-1)/(2 - sqrt(2));
> b= 2 + sqrt(2);
```

e:

```
> a == b

ans = F
```