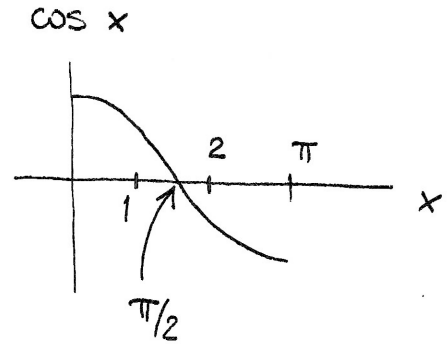


Es :  $f(x) = \cos x$

- continua in  $[a, b] = [1, 2]$   
e  $f(a) > 0, f(b) < 0$
- scelto  $\epsilon > 0$  :



$$\text{mis } I_k < \epsilon \iff \frac{\text{mis } I_0}{2^k} < \epsilon$$

$$\iff 2^k > \frac{\text{mis } I_0}{\epsilon} \iff k > \log_2 \frac{\text{mis } I_0}{\epsilon}$$

dunque: numero di iterazioni atteso:

$$\left\lceil \log_2 \frac{\text{mis } I_0}{\epsilon} \right\rceil$$

$\epsilon$	nifo	mis	k	v.a.	
$10^{-5}$	1	$7.6 \cdot 10^{-6}$	17	17	
$10^{-10}$	1	$5.8 \cdot 10^{-11}$	34	34	
$10^{-15}$	1	$8.8 \cdot 10^{-16}$	50	50	
$10^{-16}$	2	$2.2 \cdot 10^{-16}$	60	54	<u>kmax</u>
$10^{-16}$	2	$2.2 \cdot 10^{-16}$	100	54	

PERCHÉ? → Aritm del calcolatore

## ● ARITMETICA del calcolatore

- ① Con quali numeri è capace di operare il calcolatore?
- ② Cosa se fare con questi numeri?

### 1) NUMERI DI MACCHINA

•  $x \in \mathbb{R}$   
 $x \neq 0$ ,  $\beta$  intero  $\geq 2$  (BASE)

esiste un solo modo di scrivere  $x$  nella forma:

$$x = (-1)^s \beta^b g$$

con:  $s \in \{0, 1\}$  (SEGNO di  $x$ )

$b \in \mathbb{Z}$  (ESPONENTE di  $x$  in base  $\beta$ )

$g \in [\beta^{-1}, 1)$  (FRAZIONE di  $x$  in base  $\beta$ )

Es:  $x = \sqrt{5}$ ,  $\beta = 10 \Rightarrow s = 0, b = 1, g = \frac{\sqrt{5}}{10}$

$x = \sqrt{5}$ ,  $\beta = 2 \Rightarrow s = 0, b = 2, g = \frac{\sqrt{5}}{4}$

Oss: la condiz  $g \in [\beta^{-1}, 1)$  si traduce così: la scrittura posizionale di  $g$  in base  $\beta$  ha la forma:  $0, c_1 c_2 c_3 \dots$  con  $c_1 \neq 0$ .

Es:  $x = \frac{1}{10}$ ,  $\beta = 10 \Rightarrow s = 0$ ,  $b = 0$ ,  $g = \frac{1}{10} = 0,1$

$x = \frac{1}{10}$ ,  $\beta = 2 \Rightarrow s = 0$ ,  $b = -3$ ,  $g = \frac{8}{10} = 0,1100$

scritture pos di  $g$  in base 2  
(ha LUNGHEZZA infinita!)

- se  $\beta = 2$ ,  $c_1 = 1$  per ogni  $x \neq 0$

def (numeri in virgola mobile)

$\beta$  intero  $\geq 2$ ,  $m$  intero  $\geq 1$

$$F(\beta, m) = \{0\} \cup \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = (-1)^s \beta^b \underbrace{0, c_1 \dots c_m}_{m \text{ cifre in base } \beta} \right\}$$

$\{0,1\} \xrightarrow{\psi} s$   
 $\in \mathbb{Z} \xrightarrow{b}$   
 $\neq 0$

insieme dei numeri in VIRGOLA MOBILE e PRECISIONE  $m$ , in base  $\beta$ .