

• Esperimenti:

Pb di Cauchy...
$$\begin{cases} \dot{x} = -x + \sin t \\ x(0) = 4 \end{cases} \quad \text{su } [0, 10]$$

(soluzione esatta:

$$\tilde{x}(t) = \frac{9}{2} e^{-t} + \frac{\sin t - \cos t}{2})$$

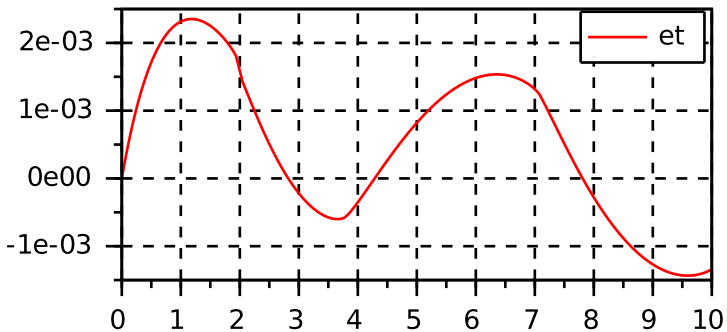
Si utilizza la proc LMV-TS-1-pv per det approssimazioni della soluzione $\tilde{x}(t)$, con valori di EL-MAX (errore locale massimo richiesto) decrescenti.

Risultati:

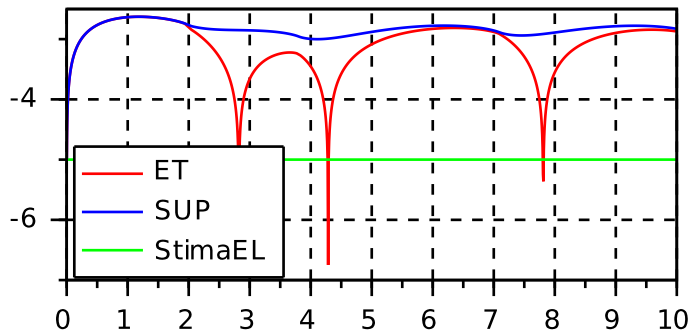
| com EL-MAX = ... | si ottiene $ET_{\max} = \dots$ | in $N = \dots$ passi |
|------------------|--------------------------------|----------------------|
| 10^{-3} | $2,4 \cdot 10^{-2}$ | 164 |
| 10^{-4} | $7,4 \cdot 10^{-3}$ | 517 |
| 10^{-5} | $2,4 \cdot 10^{-3}$ | 1643 |

Per $EL-MAX = 10^{-5}$ si ottengono, inoltre, i grafici riportati nella pag seguente.

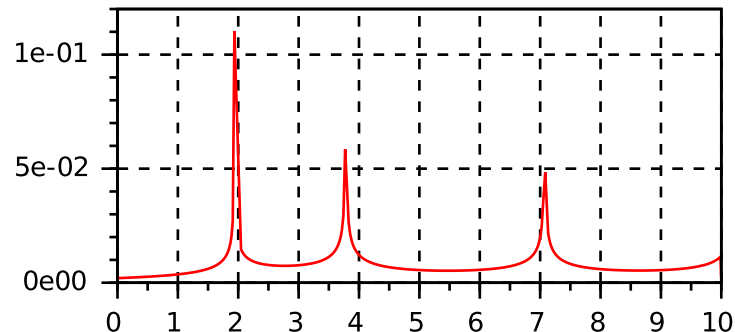
errore totale



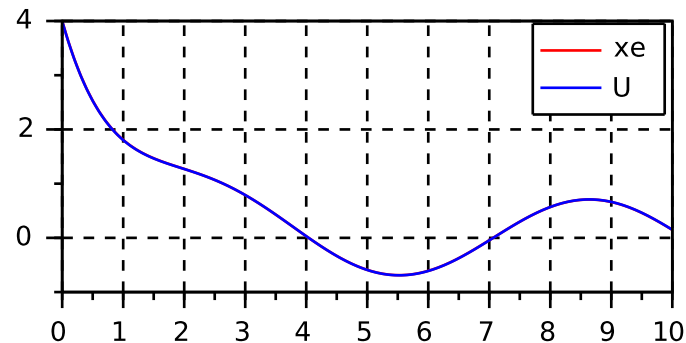
log10 errore



passo



soluzione



Problema: $dx/dt = -x + \text{sen}(t)$

Procedura: LMV_TS_1_pv

$SUP(k) = EL_MAX + SUP(k-1) \cdot \exp(-PASSO(k-1))$

$EL_MAX = 1.000D-05$

Errore totale massimo = 2.352D-03

Numero passi = 1643

- Come possiamo aspettarci che cambino ET_{\max} ed N al decrescere di EL_{\max} :

si ricordi che $EL_k \approx \frac{1}{2} |z''(t_{k-1})| h_{k-1}^2$

$$\Rightarrow EL \equiv h^2$$

$$\Rightarrow h_k = \sqrt{\frac{2 EL_{\max}}{|z''(t_k)|}} \geq \sqrt{\frac{2 EL_{\max}}{M}} = h_{\min}$$

$$\Rightarrow h_{\min} \equiv \sqrt{EL_{\max}}$$

$$\Rightarrow N_{\max} = \frac{t_f - t_0}{h_{\min}} = (t_f - t_0) \sqrt{\frac{M}{2 EL_{\max}}}$$

$$\Rightarrow N_{\max} \equiv \frac{1}{\sqrt{EL_{\max}}}$$

Infine: $\forall k, ET_k \leq EL_{\max} N_{\max} e^{L(t_f - t_0)}$

$$ET_M \equiv \sqrt{EL_{\max}}$$

• Nell'esperimento:

$$EL_MAX \longleftarrow 10^{-1} EL_MAX$$

$$\Rightarrow h_{min} \longleftarrow h_{min} / \sqrt{10}$$

$$N_{max} \longleftarrow N_{max} \sqrt{10}$$

$$ET_M \longleftarrow ET_M / \sqrt{10}$$

I valori ottenuti sono coerenti con queste previsioni. In particolare:

① Per $EL_MAX = 10^{-5}$ il numero di punti è ragguardevole!

② Per ridurre l'errore totale di un fattore 10 occorre ridurre EL_MAX di un fattore 100 e incrementare di un fattore 10 il numero di punti.

Pb: come ridurre l'err totale in modo meno oneroso?