

CN # 18 / 24 marzo 2015 / C43

Es : $f(x) = (x-2)^2$, $x_0 = 3$

- Il m. di Newton genera una successione monotona (decrescente) e $\lim_{k \rightarrow \infty} x_k = 2$

dim : $x_{k+1} = x_k - \frac{(x_k-2)^2}{2(x_k-2)} = x_k - \frac{x_k-2}{2}$

$$\Rightarrow x_{k+1} - 2 = \frac{1}{2} (x_k - 2)$$

$$\Rightarrow |x_k - 2| = \left(\frac{1}{2}\right)^k |x_0 - 2| \xrightarrow[k \rightarrow \infty]{} 0$$

- la rapidità di conv è \approx quella del metodo di bisezione!

ORDINE di CONVERGENZA del M di Newton
in questo caso: **UNO** $\left[h'(x) = \frac{1}{2} \right]$

Es: $f(x) = (x-2)^{13}$, $x_0 = 3$

- Il m di Newton genera una successione decrescente con $\lim_{k \rightarrow \infty} x_k = 2$
- La convergenza è MOLTO LENTA:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{(x_k - 2)^{13}}{13(x_k - 2)^{12}} = x_k - \frac{x_k - 2}{13}$$

$$\Rightarrow x_{k+1} - 2 = \frac{12}{13} (x_k - 2)$$

$$\Rightarrow |x_k - 2| = \left(\frac{12}{13} \right)^k |x_0 - 2|$$

Se, ad es, si vuole $|x_k - 2| < 10^{-7}$

occorrono

$$\left(\frac{12}{13}\right)^k < 10^{-7} \Rightarrow k > -\frac{7}{\log_{10} \frac{12}{13}} \approx 200$$

iterazioni

* CRITERIO DI ARRESTO *

SE $\left| \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \right| < \text{tol}$ ALLORA STOP

- "calcolabile"
- se $x_k \rightarrow \alpha$ allora $f(x_k) \rightarrow 0$;
se inoltre $f'(\alpha) \neq 0$ allora $\frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \rightarrow 0$;

certamente verif dopo
un numero finito di it

$$x_k - \alpha = \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} - \frac{1}{2} \frac{f''(\theta)}{f'(x_k)} (x_k - \alpha)^2$$

$$\Rightarrow \left| |x_k - \alpha| - \left| \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \right| \right| \leq \frac{1}{2} \frac{M_2}{m_1} |x_k - \alpha|^2$$

\uparrow d_k \uparrow F_k

$\leftarrow \min_{[a,b]} |f'(x)| \neq 0$

$$\Rightarrow \frac{|d_k - F_k|}{d_k} \leq \underbrace{\frac{1}{2} \frac{M_2}{m_1}}_{\text{SE}} d_k$$

$$\text{SE } x_k \rightarrow \alpha, \quad d_k \rightarrow 0$$

ALLORA : err rel $\rightarrow 0$

Nella pg WEB:

- file di def di una funzione che realizza il m. di Newt

uso:

$$[z, v, info, xxx_newt] =$$

$$= \text{newton1d} (f_newt, x0_newt, Jf_newt, \\ E_newt, kmax, dialogo_newt)$$

- file con esempi "guidati".