<u>def</u> (migliore appross in spazi con p s):

- V sp vett su $\mathbb{R}$ con p s ; $\forall v \in V$, $\| v \| = \sqrt{v \cdot v}$
- W ssv di V con $\dim W < +\infty$
- $v \in V$

$$\boxed{\begin{array}{l} w \in W \text{ è una migliore appross di } v \text{ in } W \text{ se:} \\ \forall w' \in W, \ \| v - w \| \leq \| v - w' \| \end{array}}$$

<u>Oss</u>: def equivalente:

$$\forall w' \in W, \ \| v - w \|^2 \leq \| v - w' \|^2$$

<u>TEO</u>: V, W, v come nella def; esiste <u>una sola</u> migliore appross di v in W: <u>la proiez ortogonale</u> di v su W.

<u>Oss</u>: v^* è pr ort di v su W <u>significa</u> $v - v^* \perp W$

ovvero: $\boxed{\forall w \in W, \ (v - v^*) \cdot w = 0}$.

<u>dim</u>: v^* pr ort di v su W, $w' \in W$:

$$\| v - w' \|^2 = \| \underbrace{v - v^*}_{\perp W} + \underbrace{v^* - w'}_{\in W} \|^2 = \| v - v^* \|^2 + \| v^* - w' \|^2$$

<u>Oss</u>: $a \in W$, $b \perp W \Rightarrow \| a + b \|^2 = (a+b) \cdot (a+b)$
$= a \cdot a + \cancel{a \cdot b} + \cancel{b \cdot a} + b \cdot b = \| a \|^2 + \| b \|^2$
(Teo di Pitagora)

da cui:

- $\forall w' \in W$, $\| v - w' \|^2 \geq \| v - v^* \|^2$
- $\| v - w' \|^2 = \| v - v^* \|^2 \Leftrightarrow w' = v^*$
