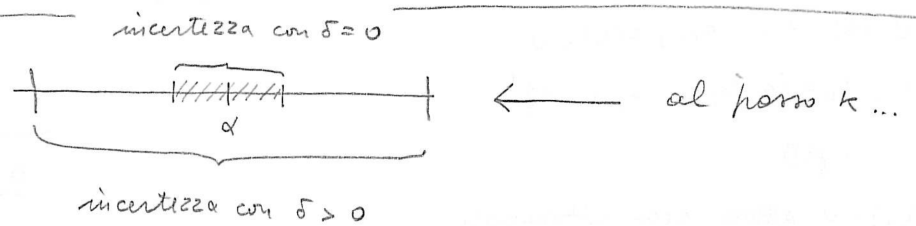
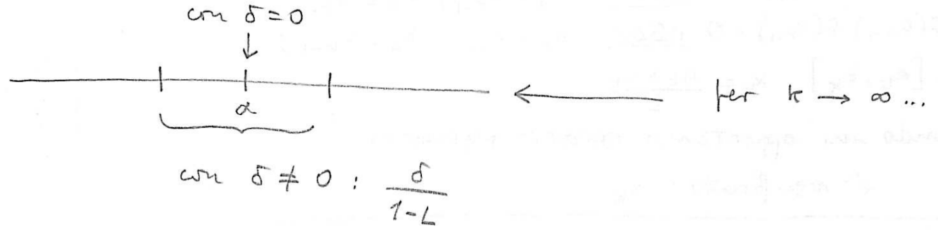
• Uso del calcolatore

SE
- h, $[a,b]$, x_0 che v. ip Teo conv loc con $L \in [0,1)$
- $\varphi : M \to M$ t.c. $|\varphi(\xi) - h(\xi)| \le \delta$ su $[a,b] \cap M$
- $\xi_k = \varphi(\xi_{k-1})$ in $[a,b]$ $\quad (\xi_0 = x_0 \dots)$

ALLORA: $|\underbrace{\xi_k - \alpha}_{\text{pu di } h \text{ in } [a,b]}| \le L^k |\xi_0 - \alpha| + \frac{1-L^k}{1-L}\,\delta$

ovvero:





• criteri d'arresto:

(1) Si ha:
- $|\xi_{k-1} - \alpha| \le \frac{|\xi_k - \xi_{k-1}|}{1-L} + \frac{\delta}{1-L}$ $\qquad |\xi_k \ominus \xi_{k-1}| < E$
- $|\xi_k - \xi_{k-1}| \le 2\delta + L\,|\xi_{k-1} - \xi_{k-2}|$ ("quasi decrescenti")

e per $k \to \infty$ non è ragionevole aspettarsi più di: $|\xi_k - \xi_{k-1}| \approx \frac{2\delta}{1-L}$

(2) Sia $\psi : M \to M$ t.c. $|f(\xi) - \psi(\xi)| \le \gamma$ $\qquad |\psi(\xi_k)| < E$

allora: $|\xi_k - \alpha| \le \frac{|\psi(\xi_k)| + \gamma}{m}$

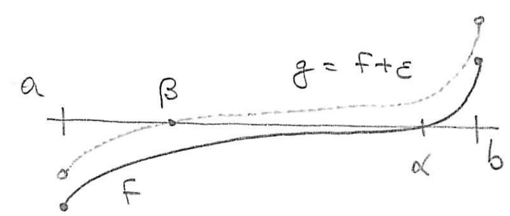
Oss: In entrambi i casi è inutile (e volte pericoloso) scegliere E troppo piccolo.

• condizionam. f, $[a,b]$, $\varepsilon > 0$ t.c. ...
$$\begin{cases} f \in C^1(a,b) \\ f' \ne 0 \text{ su } [a,b] \\ f(a)\,f(b) < 0 \\ |f(a)|,\ |f(b)| > \varepsilon \end{cases}$$

g continua su $[a,b]$ t.c. ... $\forall x \in [a,b]$, $|f(x) - g(x)| < \varepsilon$

$\Rightarrow \exists\, \beta$ zero di g in $[a,b]$ e $|\alpha - \beta| < \frac{\varepsilon}{\underbrace{m}_{\min |f'|}}$

Es:



Oss: il condiz dip da m.

Problema 2

Si consideri la funzione $h(x) = e^x - 3 : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$.

(a) Determinare il numero di punti uniti di h.

(b) Per ciascuno dei punti uniti, decidere se il metodo iterativo definito da h sia utilizzabile per approssimarlo e, in caso affermativo: indicare un valore x_0 a partire dal quale, operando in $\mathbf{R}$, la successione generata dal metodo iterativo risulta convergente e discutere la rapidità di convergenza della successione.

Problema 2

Sia
$$f(x) = -x^3 - x + 8$$

Dopo aver mostrato che f ha un solo zero, indicare $x_0 \in \mathbf{R}$ tale che la successione ottenuta applicando ad f il metodo di Newton a partire da x_0, operando in $\mathbf{R}$, risulti convergente allo zero.