

Des: Utilizzando il calcolatore si ha:

1)  $a_0 = rd(a)$ ,  $b_0 = rd(b) \Rightarrow$  si cercano zero nell'int...

2)  $x_k = \frac{a_k + b_k}{2}$  sostituito da  $\xi_k = (a_k \ominus 2) \oplus (b_k \ominus 2)$

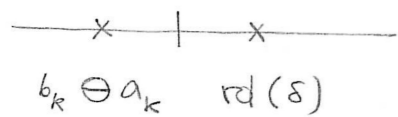
3)  $f(\xi_k)$  sostituito da  $\varphi(\xi_k)$ : se err nel  $< 1$  ok (il SEGNO e' corretto), altrimenti...

4) criterio d'arresto...

• ASSOLUTO  $b_k \ominus a_k < rd(\delta)$

• RELATIVO  $(b_k \ominus a_k) \ominus m_k < rd(\epsilon)$

(A)  $b_k \ominus a_k < rd(\delta) \Rightarrow b_k - a_k < \delta$



dunque quando il cr d'arresto e' verificato si ha (se  $\varphi$  "buona"...):

$$|\xi_k - \alpha| \leq b_k - a_k < \delta$$

(B)  $(b_k \ominus a_k) \ominus m_k < rd(\epsilon) \Rightarrow \frac{b_k \ominus a_k}{m_k} < \epsilon$

MA:  $b_k \ominus a_k = rd(b_k - a_k) = (1 + \theta)(b_k - a_k)$  con  $|\theta| \leq u$

$$\Rightarrow (1 - u)(b_k - a_k) \leq b_k \ominus a_k \leq (1 + u)(b_k - a_k)$$

$$\Rightarrow (1 - u) \frac{b_k - a_k}{m_k} < \epsilon \sim \frac{b_k - a_k}{m_k} < \frac{\epsilon}{1 - u}$$

Dunque (se  $\varphi$  "buona" ...):  $\left| \frac{\xi_k - \alpha}{\alpha} \right| \leq \frac{b_k - a_k}{m_k} < \frac{\epsilon}{1 - u}$

Es:  $f(x) = \log x - 20$ ; utilizzando bisez con un  
d'arresto assoluto e  $\epsilon = 10^{-9}$ ...

zero  $\approx 5 \cdot 10^8$  e esp in base due = 29

$$\sigma(\xi) - \xi = 2^{b - 53} \approx 6 \cdot 10^{-8}$$

$\Rightarrow$   $\nexists$  int ad estremi in  $F(2,53)$  che include zero e mis  $< 10^{-9}$

• METODI AD UN PUNTO

idea data  $f$  (di cui si cerca uno zero), det  $h$  t.c.

$$f(\alpha) = 0 \Leftrightarrow h(\alpha) = \alpha$$

$\alpha$  zero di  $f \Leftrightarrow \alpha$  PUNTO UNITO di  $h$   
(o punto FISSO)

Es:  $f(x) = x + \log x$ ;  $h_1(x) = -\log x$ ,  $h_2(x) = e^{-x}$

$$h_3(x) = \frac{x + e^{-x}}{2}$$

$h_1, h_2, h_3$  verificano l'equivalenza...

descriz del m. ad un punto def da  $h$  (operando in  $\mathbb{R}$ )

dati:  $h: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ , continua,  $\gamma \in [a, b]$

$x_0 = \gamma$ ;

per  $k = 1, 2, \dots$  ri-fatti

se  $x_{k-1} \notin [a, b]$  allora STOP

altrimenti  $x_k = h(x_{k-1})$

uscita: quando mi opportuno altro d'arresto e' verif:  $x_k$

Oss: SE  $x_0, x_1, \dots \rightarrow \alpha$  ALLORA  $h(x_0), h(x_1), \dots \rightarrow h(\alpha)$   
(per la cont di  $h$ )

SI COME  $h(x_0) = x_1, h(x_1) = x_2, \dots$  si ha:  $h(\alpha) = \alpha$

ovvero:

SE la successione generata dal m. it def da  $h$  a partire da  $\gamma$  converge, il lim e' un punto fisso di  $h$

- Pb
- ① data  $f$ , come scegliere  $h$
  - ② scelta  $h$ , come scegliere  $\gamma$  t.c. success conv.

TEO (conv locale)

Siano  $[a, b]$ ,  $h \in C^1(a, b)$  e  $x_0 \in [a, b]$  t.c.

- 1)  $\exists \alpha$  p.u di  $h$  in  $[a, b]$
- 2)  $\exists L \in [0, 1)$  t.c.  $\forall x \in [a, b]$  si ha  $|h'(x)| \leq L$
- 3) la success generata dal m. it def da  $h$  a partire da  $x_0$  e' in  $[a, b]$

Allora: (1)  $\alpha$  e' l' unico p.u di  $h$  in  $[a, b]$

(2) la success gen... da  $x_0$  e' convergenti (ad  $\alpha$ ).

(dim: ...)