

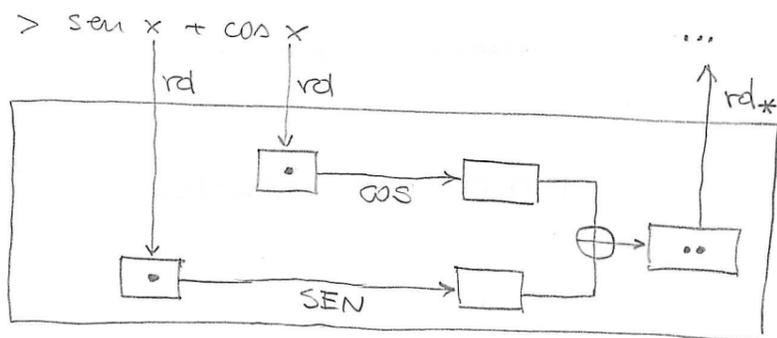
Es: in  $F(10,2)$ ...

- 1)  $\oplus$  è simmetrica
- 2)  $\oplus$  non è associativa:  $\xi_1 = 10^2 0,10$ ;  $\xi_2 = \xi_3 = 10^0 0,38$   
 $(\xi_1 \oplus \xi_2) \oplus \xi_3 \neq \xi_1 \oplus (\xi_2 \oplus \xi_3)$
- 3)  $\forall \xi_1, \xi_2, \alpha \in F(10,2)$ ,  $\xi_1 > \xi_2 \Rightarrow \xi_1 \oplus \alpha \geq \xi_2 \oplus \alpha$   
 (monotonia: segue dalle corrisp. propr di rd)
- 4)  $\forall \xi \in F(10,2)$ :  $\xi \oplus 0 = \xi$  ma "lo zero non è unico" ...  
 $10^2 0,67 \oplus 10^{-2} 0,11 = 10^2 0,67$

Es (per caso): dimostrare, utilizzando le proprietà della funzione rd:  $\mathbb{R} \rightarrow F(10,2)$ , che

- $\forall \xi \in F(10,2)$ ,  $\xi \oplus (-\xi) = 0$
- $\forall \xi \in F(10,2)$ ,  $\exists! \alpha \in F(10,2)$ :  $\xi \oplus \alpha = 0$ .

Es:  $f(x) = \sin x + \cos x$



• = rd(x) =  $\xi$   
 •• =  $\text{SEN}(\xi) \oplus \text{COS}(\xi) = \phi(\xi)$

si approssima  $f(x)$  con  $\phi(\xi)$  ...

$$\epsilon_t = \frac{\phi(\xi) - f(x)}{f(x)}, \quad f(x) \neq 0$$

errore relativo TOTALE commesso

Pro: studiare  $\epsilon_t$  (solo esempi molto semplici!)

def:  $\epsilon_a = \frac{\phi(\xi) - f(\xi)}{f(\xi)}, \quad f(\xi) \neq 0$  errore rel ALGORITMICO

$\epsilon_d = \frac{f(\xi) - f(x)}{f(x)}, \quad f(x) \neq 0$  errore rel TRASMESSO (da' dati)

Oss:  $\epsilon_t = \epsilon_a + \epsilon_d + \epsilon_a \epsilon_d$  (dim...)

I) studio di  $\epsilon_d$ : CONDIZIONAMENTO del calcolo di  $f(x)$

def (f di condizionamento)

$f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ;  $x_1, \dots, x_n \in \mathbb{R}$ ,  $\epsilon_1, \dots, \epsilon_n \in \mathbb{R}$

$$C(x_1, \dots, x_n; \epsilon_1, \dots, \epsilon_n) = \frac{f((1+\epsilon_1)x_1, \dots, (1+\epsilon_n)x_n) - f(x_1, \dots, x_n)}{f(x_1, \dots, x_n)}$$

FUNZIONE di CONDIZIONAMENTO del calcolo di  $f(x_1, \dots, x_n)$

Oss:  $n=1$ ; se  $\xi = rd(x)$ ,  $\exists \epsilon$  t.c.  $\xi = (1+\epsilon)x$  e:

$$\epsilon_d = \frac{f(\xi) - f(x)}{f(x)} = \frac{f((1+\epsilon)x) - f(x)}{f(x)} = C(x; \epsilon)$$

ovvero:  $\epsilon_d$  è il valore della f di condi' ...

Es (f di condiz per op aritm):

1)  $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$

$$C(x_1, x_2; \varepsilon_1, \varepsilon_2) = \frac{x_1}{x_1 + x_2} \varepsilon_1 + \frac{x_2}{x_1 + x_2} \varepsilon_2$$

- SE addendi dello stesso segno:  $|C(x_1, x_2; \varepsilon_1, \varepsilon_2)| \leq |\varepsilon_1 + \varepsilon_2|$   
e "CALCOLO BEN CONDIZIONATO";
- SE  $x_1 + x_2 \approx 0$ , può essere  $|C(x_1, x_2; \varepsilon_1, \varepsilon_2)| \gg |\varepsilon_1|, |\varepsilon_2|$   
e "CALCOLO NON BEN CONDIZIONATO".

2)  $f(x_1, x_2) = x_1 x_2$

$$C(x_1, x_2; \varepsilon_1, \varepsilon_2) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_1 \varepsilon_2 \approx \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

- $\forall x_1, x_2$  t.c.  $x_1 x_2 \neq 0$ , il calcolo è ben condiz.

3)  $f(x_1, x_2) = x_1/x_2$

$$C(x_1, x_2; \varepsilon_1, \varepsilon_2) = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{1 + \varepsilon_2} \approx \varepsilon_1 - \varepsilon_2$$

- $\forall x_1, x_2$  t.c.  $x_2 \neq 0$ , il calcolo è ben condizionato.
-