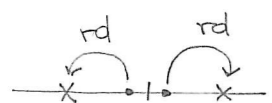


def (ndm): I numeri di macchina, c'è gli unici numeri su cui il nucleo interno del calcolatore sa operare, sono gli elem di  $F(\beta, m)$  — per  $\beta$  ed  $m$  dipendenti dal calcolatore.

Es: OCTAVE, SCIAB, MATLAB ...  $F(2, 53)$   
HP40G ...  $F(10, 12)$

def (f. arrotondamento)

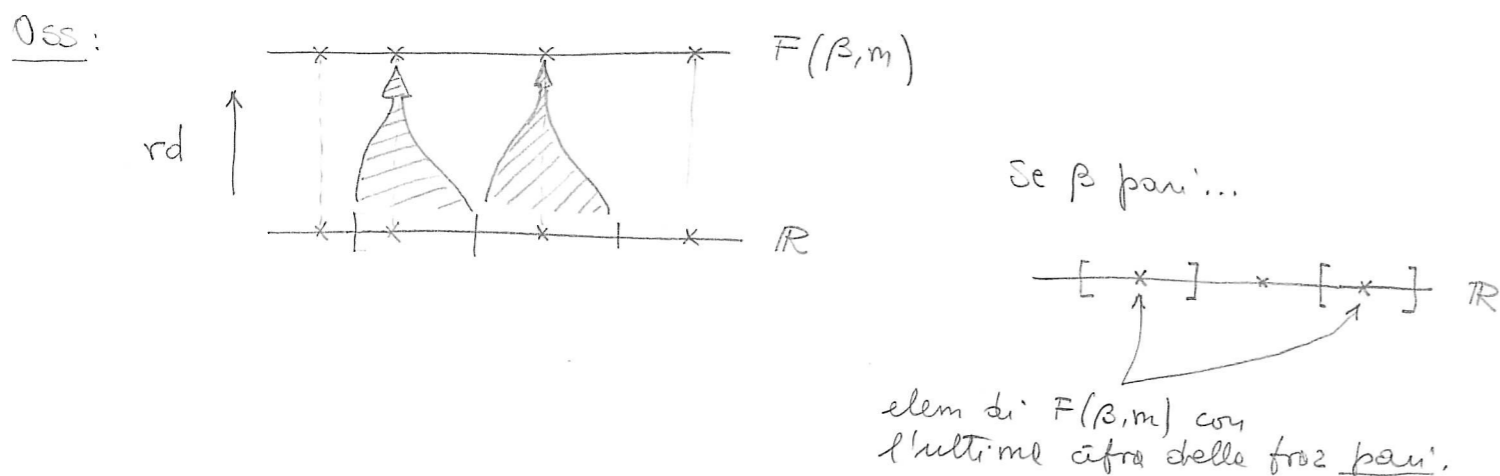
$rd: \mathbb{R} \rightarrow F(\beta, m)$  t.c.  $rd(x)$  = l'elemento di  $F(\beta, m)$  che ha distanza minima da  $x$ , SE ESISTE.



SE  $x$  equidistante da due elem consecutivi di  $F(\beta, m)$ ...

... varie possibilità: se  $\beta$  pari, la più frequente è  $rd(x)$  = quello con l'ultima cifra delle fraz pari.

Es:  $x = \frac{1}{10}$ ,  $rd: \mathbb{R} \rightarrow F(2, 2)$ . Determin  $rd(x)$ .  
(Soluz ...)



Es: (1) Se  $rd(x) = 0,3$  in  $F(10, 1)$ , qual è il più piccolo intervallo che certamente contiene  $x$ ?

(2)  $x = 7/8$ ,  $rd: \mathbb{R} \rightarrow F(2, 2)$ . Determin  $rd(x)$   
(Ris:  $2^{-1} 0,10$ )

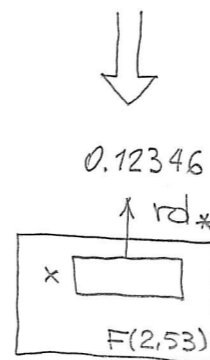
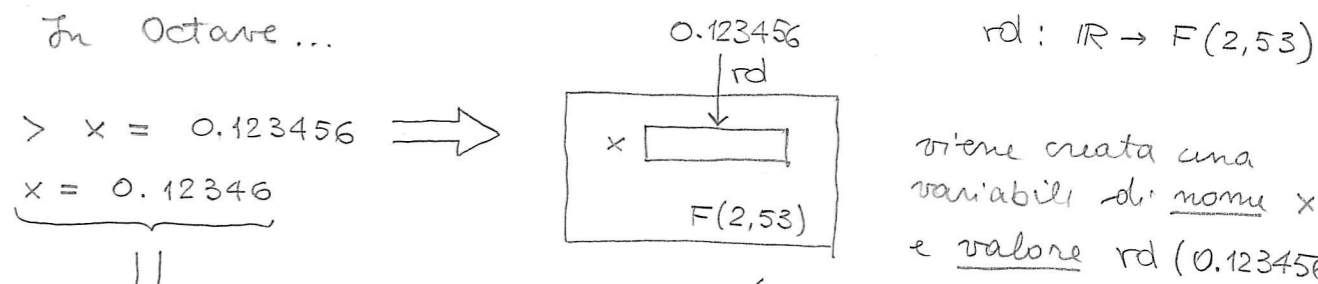
(3)  $rd: \mathbb{R} \rightarrow F(2, 2)$ ,  $rd(x) = 2^{-1} 0,11$ .  
Che info si hanno su  $x$ ?

Ris:  $x \in (2^{-1} 0,101; 2^{-1} 0,111)$  — base pari...

Oss (proprietà di  $rd$ ):  $rd: \mathbb{R} \rightarrow F(\beta, m)$ ,

- dispari:  $rd(-x) = -rd(x)$
- non decrescenti:  $x > y \Rightarrow rd(x) \geq rd(y)$
- $rd(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$
- $rd(x) = x \Leftrightarrow x \in F(\beta, m)$

Es: In Octave ...



(0.123456 è interpretata come scrittura in base dieci di un elem di  $\mathbb{R}$ )

il valore mostrato da Octave è l'arrotondato del valore di  $x$  in  $F(10, 5)$ .

def (f errore).  $rd: \mathbb{R} \rightarrow F(\beta, m)$

•  $\delta: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  t.c.  $\delta(x) = rd(x) - x$   
funzione ERRORE ASSOLUTO

•  $\epsilon: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$  t.c.  $\epsilon(x) = \frac{\delta(x)}{x} = \frac{rd(x) - x}{x}$   
funzione ERRORE RELATIVO

( $\delta$  dispari,  $\epsilon$  pari)

Es:  $x = \frac{1}{3}$ ,  $rd: \mathbb{R} \rightarrow F(10, 3)$

Calcolare  $\delta(x)$  e  $\epsilon(x)$

(Sol...)

TEO (stime delle f errore)

$$x \begin{cases} \in \mathbb{R} \\ = \beta^b g \end{cases} \quad \text{allora} \quad \begin{cases} |\delta(x)| \leq \frac{1}{2} \beta^{b-m} \\ |\epsilon(x)| \leq \frac{1}{2} \beta^{1-m} \end{cases}$$

(dim: ...)

def (precisione di macchina):  $u = \frac{1}{2} \beta^{1-m}$

$$\left( \Rightarrow |\delta(x)| \leq u|x|, |\epsilon(x)| \leq u \right)$$

Oss: •  $\epsilon$  è f limitata su  $\mathbb{R}$ ,  $\delta$  no

•  $\forall x \in \mathbb{R}, \exists \delta, \epsilon \in \mathbb{R}$  t.c.

$$\begin{cases} rd(x) = x + \delta, & |\delta| \leq u|x| \\ rd(x) = (1 + \epsilon)x, & |\epsilon| \leq u \end{cases}$$