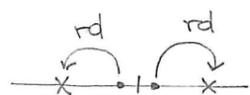


def (ndm): I numeri di macchina, c'è' gli unici numeri su cui il nucleo interno del calcolatore sa operare, sono gli elem di $F(\beta, m)$ — per β ed m dipendenti dal calcolatore.

Es: OCTAVE, SCIAB, MATLAB ... $F(2, 53)$
HP40G ... $F(10, 12)$

def (f. arrotondamento)

$rd: \mathbb{R} \rightarrow F(\beta, m)$ t.c. $rd(x) =$ l'elemento di $F(\beta, m)$ che ha distanza minima da x , SE ESISTE.

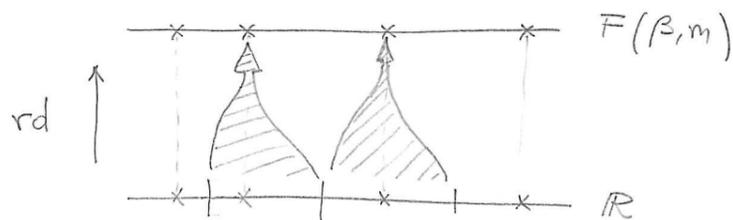


SE x equidistante da due elem consecutivi di $F(\beta, m)$...

... varie possibilità: se β pari, la più frequente è $rd(x) =$ quello con l'ultima cifra delle fraz pari.

Es: $x = \frac{1}{10}$, $rd: \mathbb{R} \rightarrow F(2, 2)$. Determin $rd(x)$.
(Soluz ...)

Oss:



Se β pari...



elem di $F(\beta, m)$ con l'ultima cifra delle fraz pari.

Es: (1) Se $rd(x) = 0,3$ in $F(10, 1)$, qual è il più piccolo intervallo che certamente contiene x ?

(2) $x = \frac{7}{8}$, $rd: \mathbb{R} \rightarrow F(2, 2)$. Determin $rd(x)$
(Ris: $2^{-1} 0,10$)

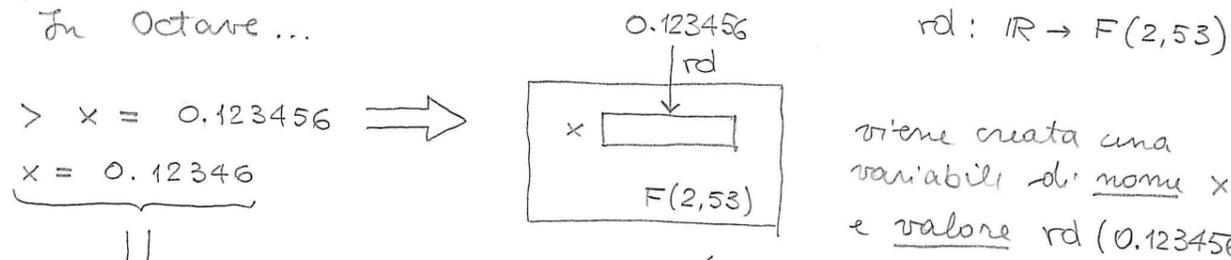
(3) $rd: \mathbb{R} \rightarrow F(2, 2)$, $rd(x) = 2^{-1} 0,11$.
Che info si hanno su x ?

Ris: $x \in (2^{-1} 0,101; 2^{-1} 0,111)$ — base pari...

Oss (proprietà di rd): $rd: \mathbb{R} \rightarrow F(\beta, m)$,

- dispari: $rd(-x) = -rd(x)$
- non decrescenti: $x > y \Rightarrow rd(x) \geq rd(y)$
- $rd(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$
- $rd(x) = x \Leftrightarrow x \in F(\beta, m)$

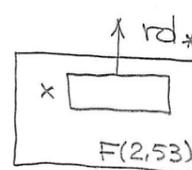
Es: In Octave ...



viene creata una variabile di nome x e valore $rd(0.123456)$

(0.123456 è interpretata come scrittura in base dieci di un elem di \mathbb{R})

0.12346



$rd_*: \mathbb{R} \rightarrow F(10, 5)$

il valore mostrato da Octave è l'arrotondato del valore di x in $F(10, 5)$.

def (f errore). $rd: \mathbb{R} \rightarrow F(\beta, m)$

• $\delta: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ t.c. $\delta(x) = rd(x) - x$
funzione ERRORE ASSOLUTO

• $\epsilon: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ t.c. $\epsilon(x) = \frac{\delta(x)}{x} = \frac{rd(x) - x}{x}$
funzione ERRORE RELATIVO

(δ dispari, ϵ pari)

Es: $x = \frac{1}{3}$, $rd: \mathbb{R} \rightarrow F(10, 3)$
Calcolare $\delta(x)$ e $\epsilon(x)$
(Sol...)

TEO (stime delle f errore)

$$x \begin{cases} \in \mathbb{R} \\ = \beta^b g \end{cases} \quad \text{allora} \quad \begin{cases} |\delta(x)| \leq \frac{1}{2} \beta^{b-m} \\ |\epsilon(x)| \leq \frac{1}{2} \beta^{1-m} \end{cases}$$

(dim: ...)

def (precisione di macchina): $u = \frac{1}{2} \beta^{1-m}$

$$\left(\Rightarrow |\delta(x)| \leq u|x|, |\epsilon(x)| \leq u \right)$$

Oss: • ϵ è f limitata su \mathbb{R} , δ no
• $\forall x \in \mathbb{R}, \exists \delta, \epsilon \in \mathbb{R}$ t.c.

$$\begin{cases} rd(x) = x + \delta, & |\delta| \leq u|x| \\ rd(x) = (1 + \epsilon)x, & |\epsilon| \leq u \end{cases}$$