Es. 1

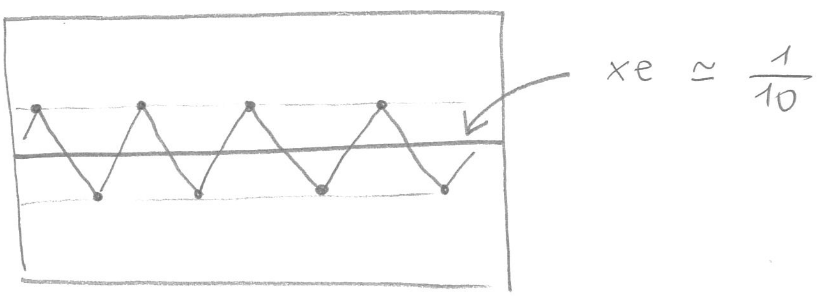
Pb di Cauchy: $\begin{cases} \dot{x} = -100x + 10 \\ x(0) = 1 \end{cases}$ su $[0,2]$

si ottengono i grafici riportati alla pag seguente utilizz la proc LMV_TS_1_pv con EL_MAX = 10^{-4}.

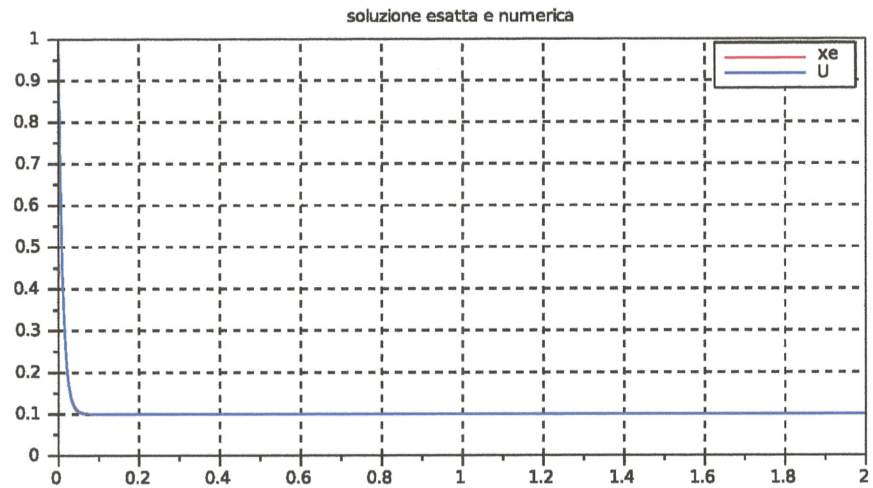
Oss:

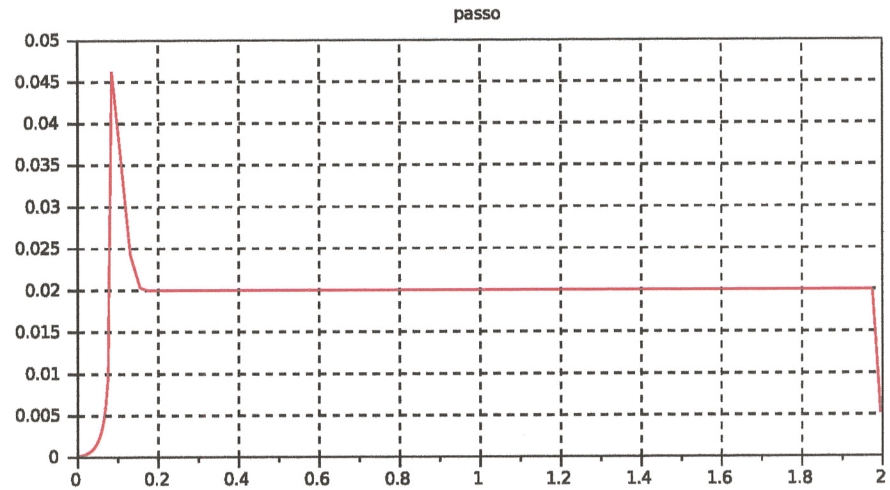
1. L'eq è STABILE: la stima dell'errore totale (SUP(K)) è particolarm favorevole!

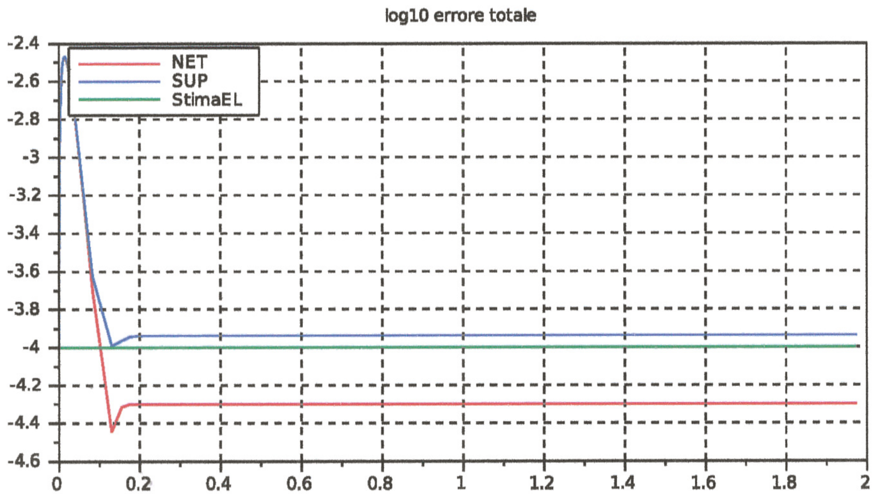
2. Ingrandendo opportunam l'int $0,2 \le t \le 2$ si constata la presenza di OSCILLAZIONI nella soluz numerica:



* ATTENZIONE * la teoria garantisce che ET_K







Problema: dx/dt = -100 x + 10

Procedura: LMV_TS_1_pv

SUP(k) = EL_MAX + SUP(k-1)*exp(-100*PASSO(k-1))

EL_MAX = 1.000D-04

Errore totale massimo = 3.373D-03

Numero passi = 2.260D+02

sarà piccolo quando EL_MAX è scelto opportunam piccolo. NON si prendono in consideraz proprietà QUALITATIVE della soluzione.

(3) Per $t > 0{,}2$ il passo si assesta al valore costante $h = 0{,}02$ corrisp ad una succes

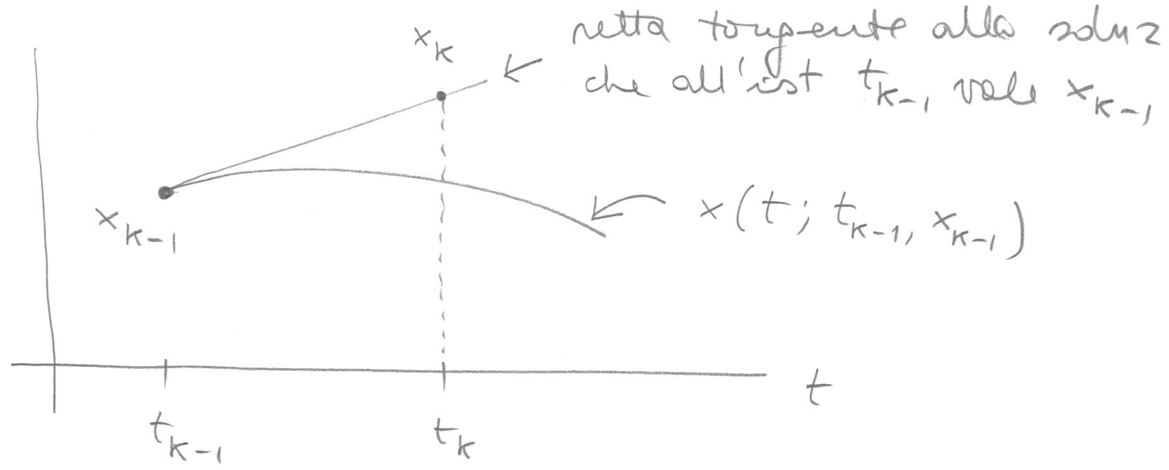
$$x_k - \frac{1}{10} = (1 - 100h)^k \left(x_0 - \frac{1}{10}\right)$$

oscillante $\left(1 - 100 \cdot \frac{2}{100} = -1\right)$!

(4) L'andam qualitativam oscillante si può spiegare anche considerando l'int. geom ~~del~~ metodo di Eulero in avanti:

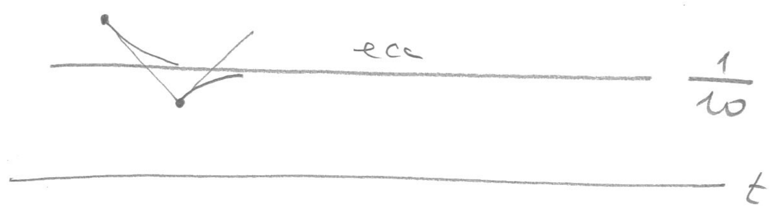
$$x_k = x_{k-1} + h_{k-1} F(t_{k-1}, x_{k-1})$$

$$\sim \quad \frac{x_k - x_{k-1}}{h_{k-1}} = F(t_{k-1}, x_{k-1}) = \dot{x}_{k-1}$$



$$\boxed{\begin{array}{l} x_k \in \text{ retta tg alla soluz dell'eq diff} \\ \text{che all'ist } t_{k-1} \text{ passa per } x_{k-1} \end{array}}$$

Nel caso in esame:



Es. 2 Pb di Cauchy:
$$\begin{cases} \ddot{x} + x = 0 \\ x(0) = 1, \quad \dot{x}(0) = 0 \end{cases}$$

su $[0, 2\pi]$

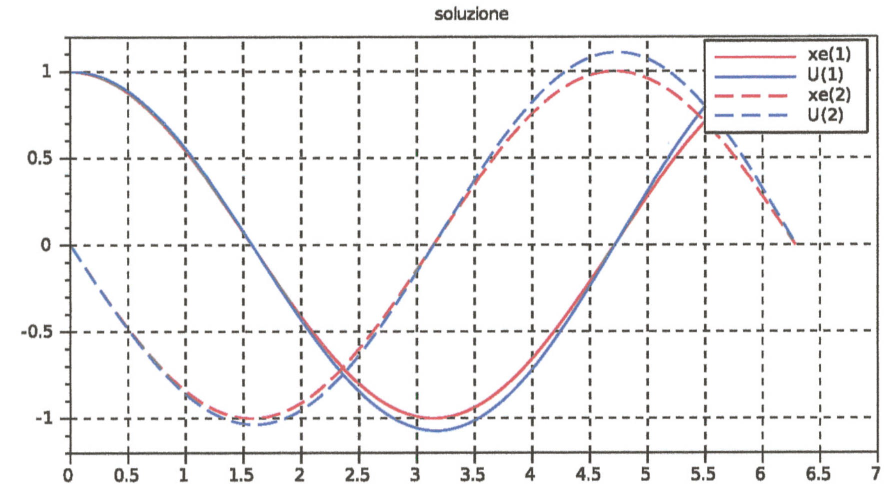
Si riscrive (per poter utilizz la proc ...) come sist di due eq del primo ordine:

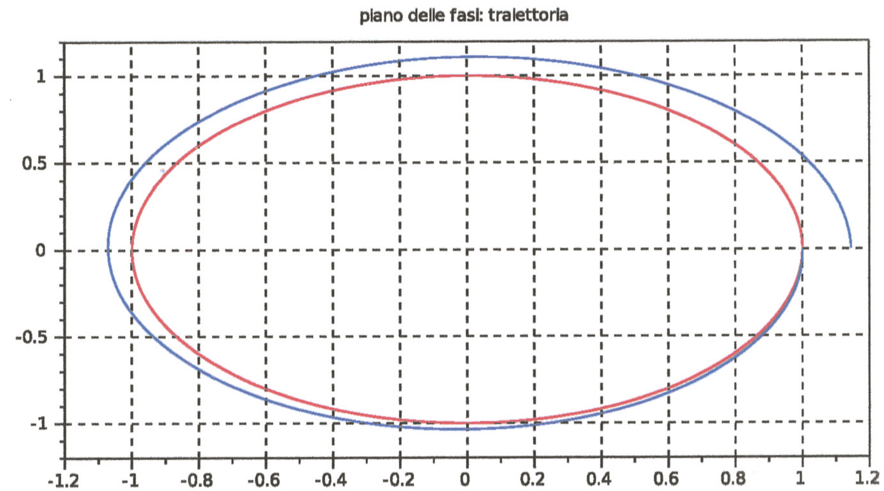
posto $z_1 = x$, $z_2 = \dot{x}$ ...

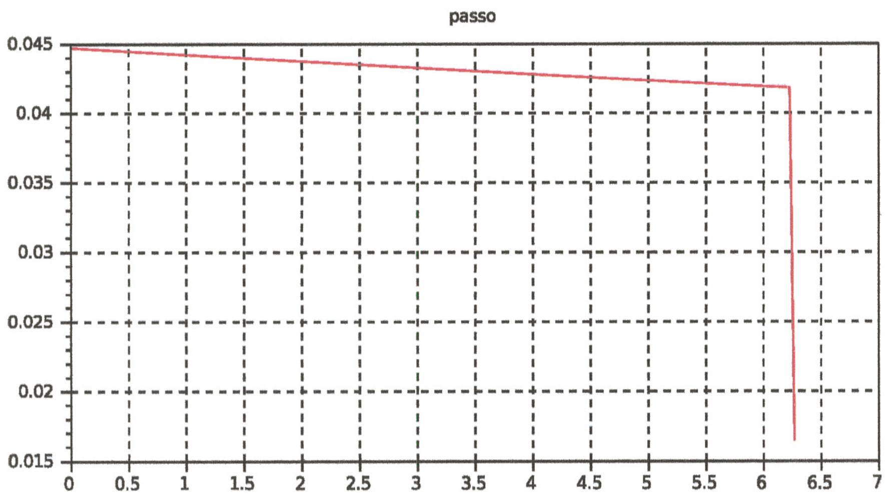
$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = -z_1 \end{cases}, \qquad \begin{array}{l} z_1(0) = 1 \\ z_2(0) = 0 \end{array}$$

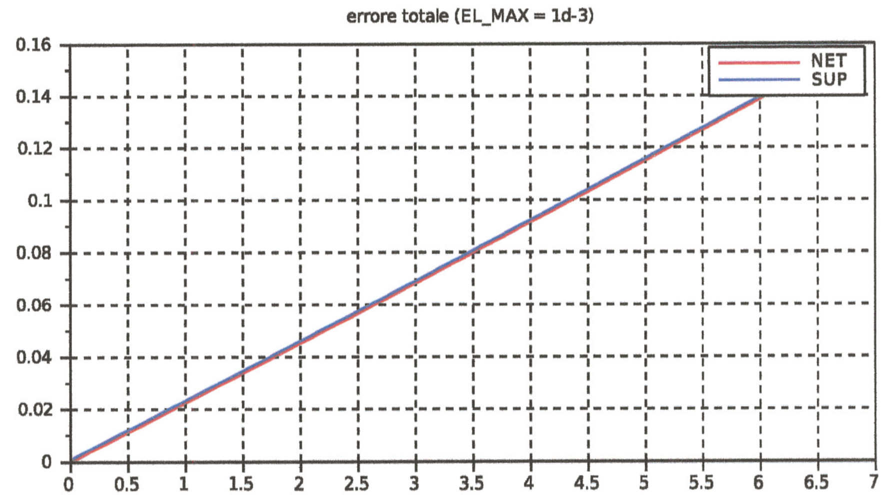
Utilizz la proc con EL_MAX = 10^{-3} e poi EL-MAX = 10^{-5} si ottengono i grafici delle pag seguenti.

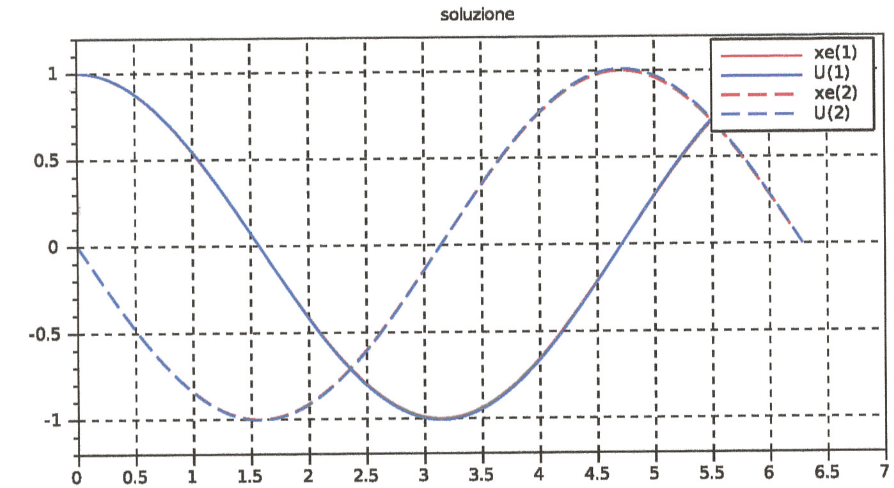
oss: Anche in questo caso si constata la PERDITA di propr qualitative nel passare dalla soluz esatta (periodica) a quella numerica (non periodica).

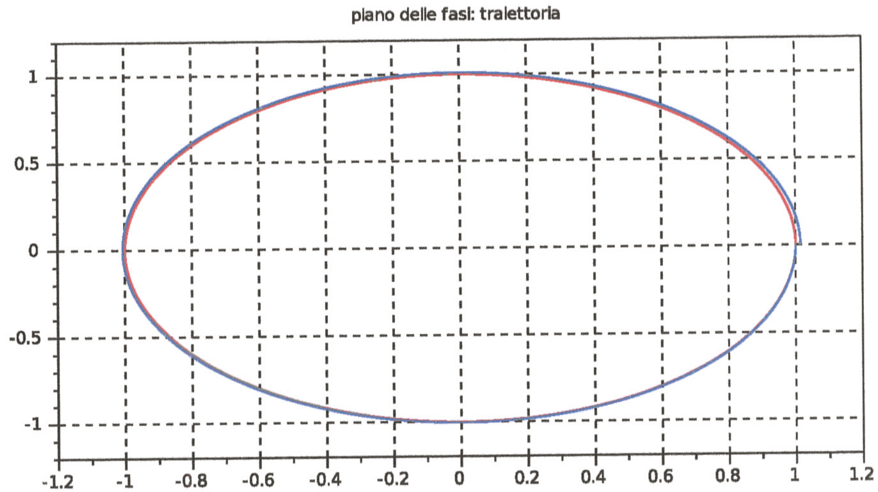

soluzione
xe(1)
U(1)
xe(2)
U(2)

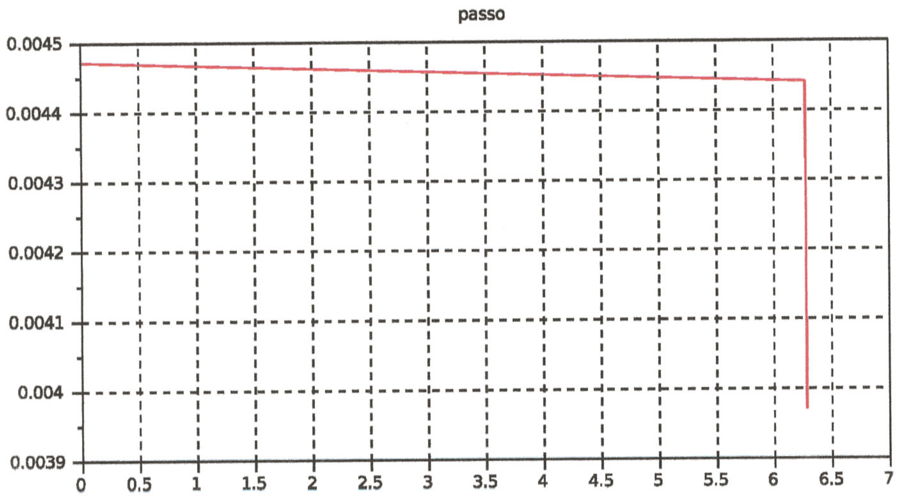

piano delle fasi: traiettoria

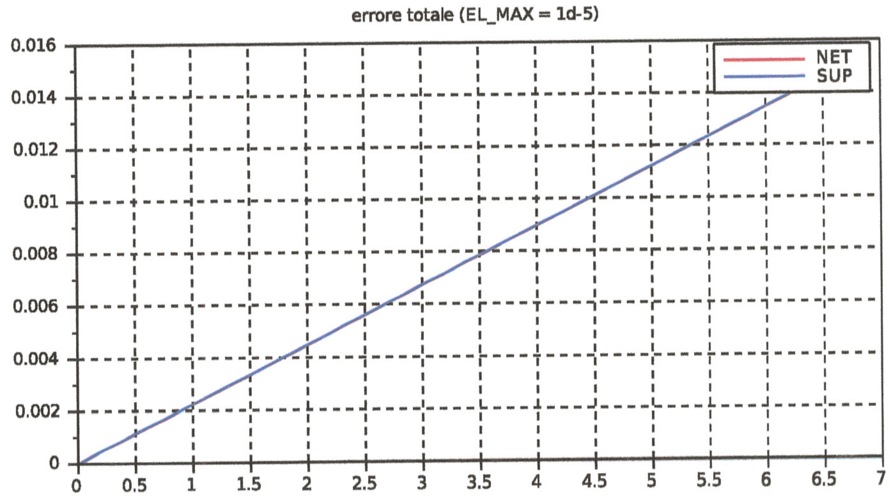

passo


errore totale (EL_MAX = 1d-3)
NET
SUP


soluzione
xe(1)
U(1)
xe(2)
U(2)


piano delle fasi: traiettoria


passo


errore totale (EL_MAX = 1d-5)
NET
SUP