* SISTEMI di EQUAZIONI LINEARI *

Es:

- In ciascuna iterazione del m di Newton per $F: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$
- Pb. statica lineare (circuiti elettrici lineari, sistemi di corpi rigidi: travature reticolari, ...)
- Pb dinamica lineare: regime sinusoidale (circuiti elettrici lineari, oscillazioni forzate di sistemi di corpi rigidi ...)

VEDERE ES...

Pb: dati $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ (oppure $\mathbb{C}^{n \times n}$),
$b \in \mathbb{R}^n$ (oppure $\mathbb{C}^n$)
determinare $x \in \mathbb{R}^n$ (oppure $\mathbb{C}^n$) t.c. $Ax = b$

$\forall b \, \exists !$ soluz $\Leftrightarrow$ A invertibile

Metodi di soluzione:

- diretti (con un numero finito di op aritmetiche su a_{ij} e b_i ottengo la sol esatta)
- iterativi (costruisco una succes di vettori che $\to$ soluzione)

Oss: realizzando un m. diretto con un calcolatore (ovvero operando in $F(\beta, m)$) si ottiene una

SOLUZIONE APPROSSIMATA.

Es: $n=1$, $A=3$, $b=1$: $3x=1$

$x = \frac{1}{3}$ (sol esatta con una operazione)

$\xi = 1 \oslash 3 = 0,33\ldots$ (sol approssimata con una pseudo-op)

Per ciascun metodo occorre studiare

- la PRECISIONE della approssimazione ottenuta
- il COSTO del calcolo dell'approssimazione

METODI DIRETTI

- Casi semplici (in base alla struttura di A)

(D) A diagonale ($i \neq j \Rightarrow a_{ij} = 0$)

(1). A invertibile $\Leftrightarrow \forall k,\ a_{kk} \neq 0$

(2) Soluzione: $x_k = b_k / a_{kk} \quad k = 1, \ldots, n$

(T) A triangolare $\begin{cases} i > j \Rightarrow a_{ij} = 0 & \text{tr SUPERIORE} \\ i < j \Rightarrow a_{ij} = 0 & \text{tr INFERIORE} \end{cases}$

(1) A invertibile $\Leftrightarrow \forall k,\ a_{kk} \neq 0$

(2) Soluzione: $x = SI(A,b)$ tr sup

$x = SA(A,b)$ tr inf

an:

SOSTITUZIONE all'INDIETRO

function $x = SI(T, c)$

<u>dati</u>: T matrice $n \times n$ tr superiore, invertibile;
c colonna con n componenti;

<u>uscita</u>: x colonna con n comp t.c. $Tx = c$

$x_n = c_n / t_{nn}$;

<u>per</u> $k = n-1, \dots, 1$ <u>ripeti</u>

$s_k = c_k - (t_{k,k+1} x_{k+1} + \dots + t_{k,n} x_n)$;

$x_k = s_k / t_{kk}$;

endfunction

<u>Es</u>: $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 9 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$; $SI(A, b)$ ...

<u>Es</u>: descrivere la procedura $x = SA(T, c)$ di SOSTITUZIONE in AVANTI, che determina la soluzione di un sistema con matrice <u>tr inf</u>.

---

(0) A ortogonale (
- colonne di A base on di $\mathbb{R}^n$ risp ps canonico;
- $A^T A = I$
- $A^{-1} = A^T$)

(1) certamente invertibile

(2) Soluzione: $x = A^T b$

(P) A matrice di permutazione (colonne [righe] di A sono una permutazione di quelle della matr identica

Es: $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, ...)

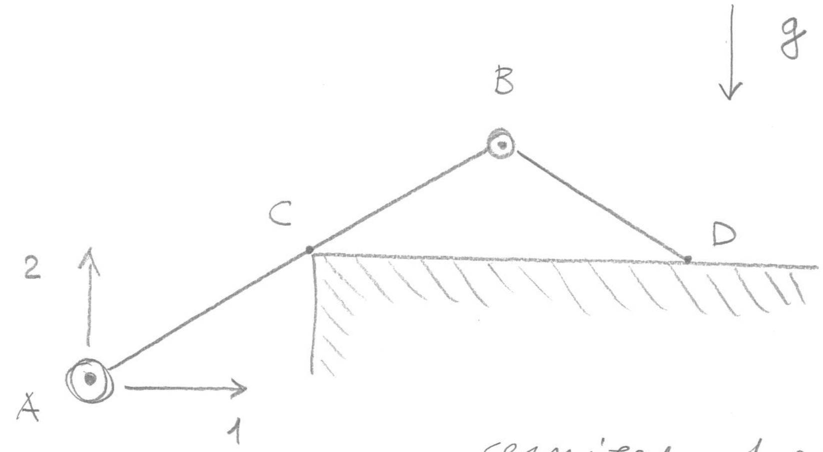
<u>Oss</u>: A di permutaz

- $\Rightarrow$ A ortogonale
- $v \in \mathbb{R}^n$, le comp di Av si ottengono permutando quelle di v

(1) certamente invertibili <

(2) Soluzione: $x = A^T b$ (ottenuta permutando...)

Es 1



- cerniere ed appoggi lisci
- aste pesanti
- geometria nota

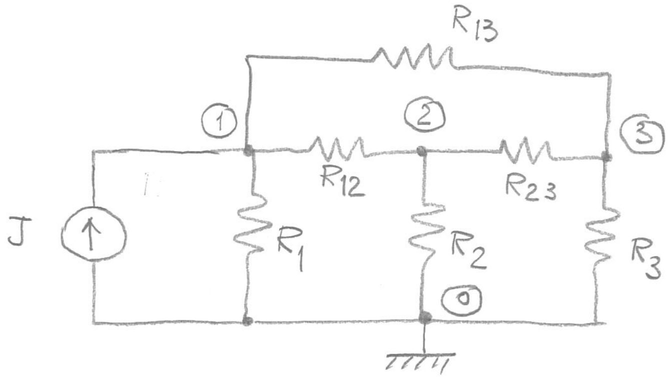
- Incognite: reaz vincolari φ_A (2 comp)

  φ_C (intensita'), φ_B (2 comp), φ_D (intensita')

- Equazioni: cardinali della statica

  (2+1 asta AB, 2+1 asta BD)

Es 2

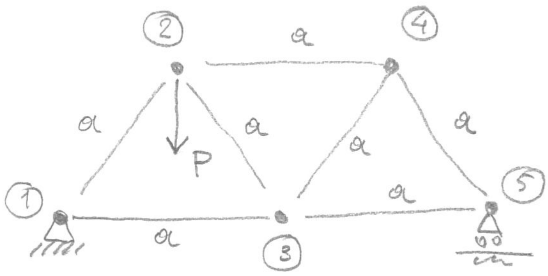


- Rete elettrica lineare
- valori R_K, R_{ij} noti e positivi
- J assegnato

- Incognite: tensioni E_1, E_2, E_3 dei nodi 1, 2, 3 risp al rif 0

- Equazioni: LKC ($\Sigma i_k = 0$) e costitutive (legge di Ohm) — tre eq.ni

Es 3



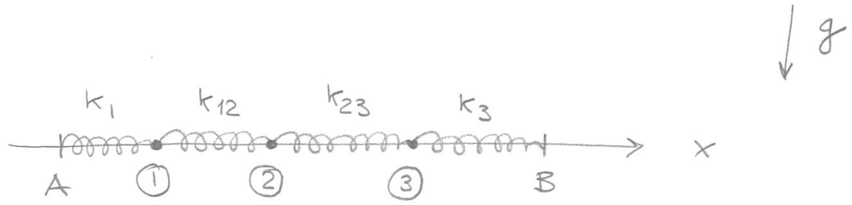
– travatura reticolare (aste rigide, giunti lisci)

– geom nota e carico P assegnato

- Incognite: reaz vincolari in 1 e 5, tens delle aste (3 + 7 inc)

- Equazioni: equilibrio di ciascun nodo (10 eq)

Es 4



- molle lineari (Hooke + lungh riposo nulla)
- x_A, x_B note
- m_1, m_2, m_3 note, moto unidim.

• Incognite: x_1, x_2, x_3

• Equaz: eq di Newton

$$(1) \quad m_1 \ddot{x}_1 = -k_1 (x_1 - x_A) - k_{12} (x_1 - x_2)$$

$$(2) \quad m_2 \ddot{x}_2 = -k_{12} (x_2 - x_1) - k_{23} (x_2 - x_3)$$

$$(3) \quad m_3 \ddot{x}_3 = -k_{23} (x_3 - x_2) - k_3 (x_3 - x_B)$$

$x_A = \text{sen}\,\omega t$

$x_B = 100 + \text{sen}\,\omega t$

Conf eq: x_1^0, x_2^0, x_3^0

Spostam: $u_1 = x_1 - x_1^0$ ecc

Eq. nello spostam: ...

Metodo FASORIALE: ...