* STABILITÀ e CONDIZIONAMENTO *

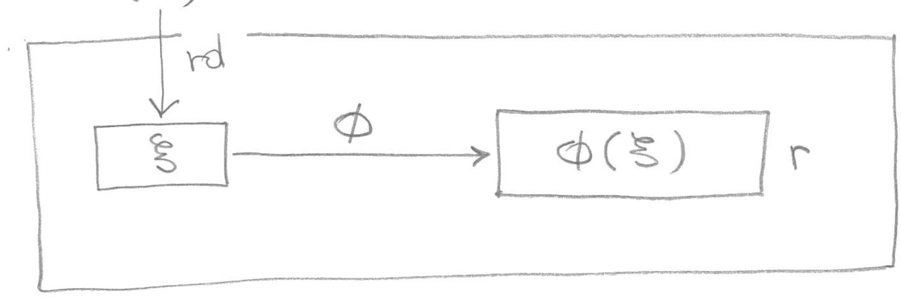
Es 1: Si vuole approssimare il valore di una funz $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, nel punto $x \in \mathbb{R}$, utilizzando il calcolatore.

Problemi:

1) il calcolatore non sa calcolare F: al suo posto calcola $\Phi : \mathbb{M} = \mathbb{F}(2,53) \longrightarrow \mathbb{M}$

2) il calcolatore non sa operare con $x \in \mathbb{R}$: lo sostituisce con $\xi \in \mathbb{M}$ (ad es con $\xi = rd(x)$)

> $r = F(x)$



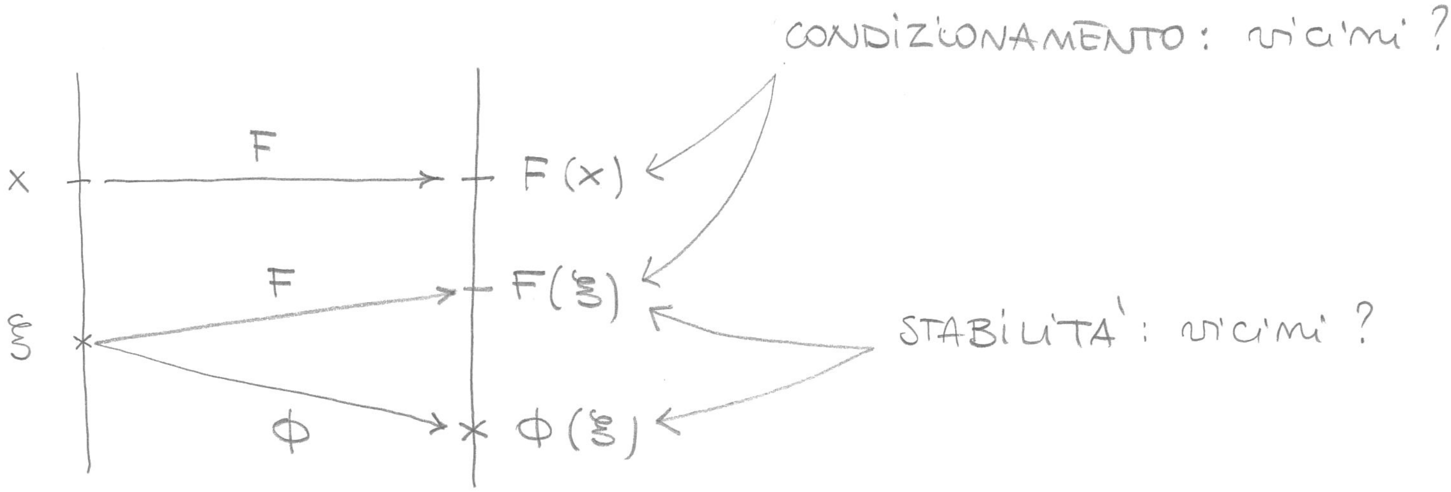
$\boxed{\text{Pb: studiare l'err commesso approssimando } F(x) \text{ con } \Phi(\xi).}$

Studiamo (ad es.) l'ERRORE ASSOLUTO:

$$F(x) - \Phi(\xi) = F(x) - F(\xi) + F(\xi) - \Phi(\xi)$$

- $F(x) - F(\xi)$: quantità che <u>non dip da</u> ϕ; il suo studio si chiama analisi del CONDIZIONAMENTO del pb del calcolo di F in x (studio di $|F(x) - F(\xi)|$ in funzione di $|x - \xi|$).

- $F(\xi) - \phi(\xi)$: il suo studio si chiama analisi della STABILITÀ di ϕ come approssimazione di F.



condizionam buono + stabilità $\rightarrow$ errore piccolo

$$|F(x) - \phi(\xi)| \leq |F(x) - F(\xi)| + |F(\xi) - \phi(\xi)|$$

Es: $F(x) = (x-2)^{13}$, $x \in [1{,}8\,;\,2{,}2]$

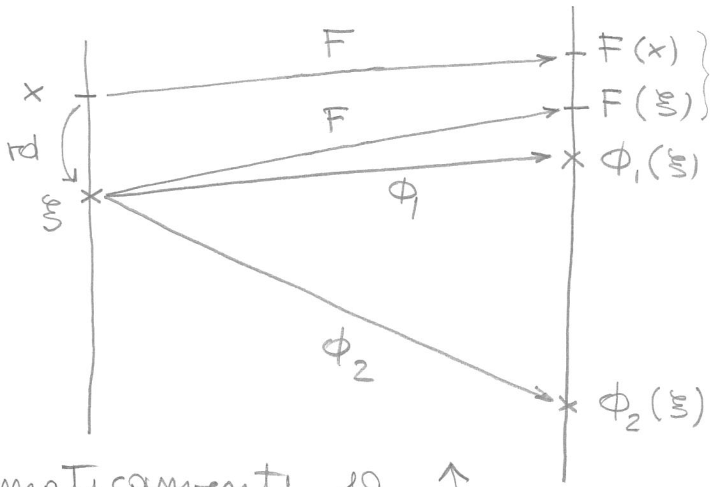
$\phi_1(\xi) = (\xi - 2)$^13

$\phi_2(\xi) = G(\xi)$ (Horner...)

Misurando gli errori in senso assoluto...

$\downarrow$

ϕ_1 è un'approx di F (molto) più STABILE di quanto non lo sia ϕ_2;



schematicamente la situazione è

il calcolo di F in x è BEN CONDIZIONATO

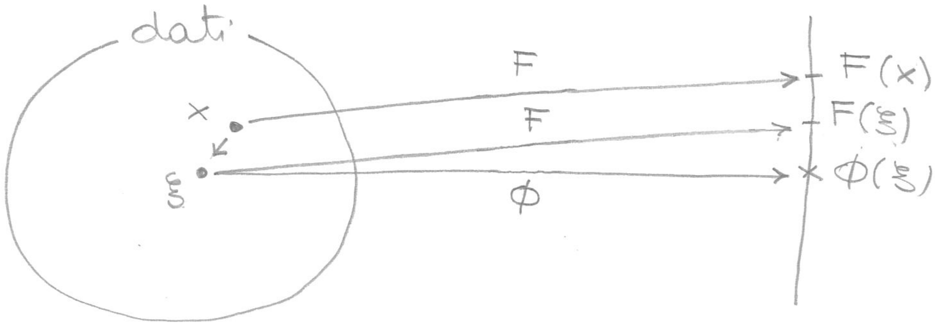
Es 2: $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ continua, $f(a)\,f(b) < 0$, un solo zero in $[a,b]$: α.

Si approssima

$$x \to (f, [a,b]) \xrightarrow{\text{bisezione}\ (F)} z \ (\approx \alpha) \qquad \text{"in } \mathbb{R}\text{"}$$

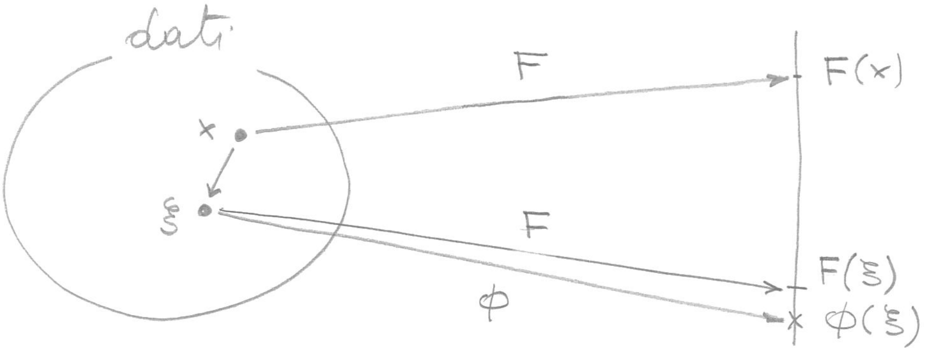
con

$$\xi \to (\Gamma, [a', b']) \xrightarrow{\text{BISEZIONE}\ (\phi)} \theta \qquad \text{"in } M\text{"}$$



$\Gamma = \phi_1$

$\boxed{\Gamma = \phi_2}$



Misurando gli errori in senso assoluto...

- ϕ è un'approssim <u>STABILE</u> di F (BISEZIONE si comporta ≈ bisezione)
- il <u>condizionamento</u> della funzione bisezione NON è buono (cambiando un pochino i dati cambia molto il risultato).