

E3 (continua):

• EGFP ... $P = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $S(\gamma) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \gamma & 1 \end{bmatrix}$, $D(\gamma) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
 con $c_\infty(D(\gamma)) = 1$

In generale, con EGFP si ottiene $c(D) \leq n 2^n c(A)$

La matrice D può avere condiz. peggiore di A, ma non "arbitrariamente peggio"

Om: sintesi di seguenti

TEO: $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$ ottenuto dalla procedura

(I) $(\hat{S}, \hat{D}) = \widehat{EG}(A)$

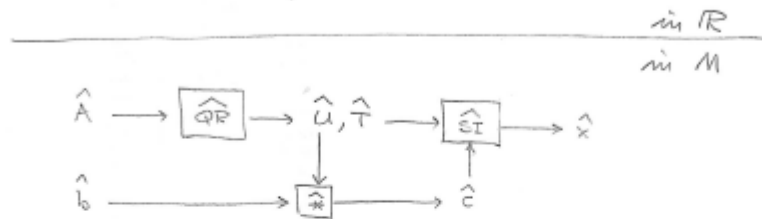
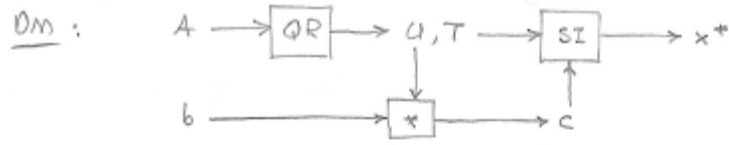
(II) $\hat{c} = \hat{S}A(\hat{S}, b)$

(III) $\hat{x} = \hat{S}I(\hat{D}, \hat{c})$

Ullare: $\exists \delta A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ t.c.

• $\|\delta A\| \leq nu \|\hat{S}\| \|\hat{D}\|$ (u per cento di macchina)

• $(A + \delta A)\hat{x} = b$



Intero: \hat{x} è la soluzione calcolata in \mathbb{R} di un sistema di eq. ottenuto perturbando "poco" la matrice del sist. originale.

$\hat{x} = \hat{S}I(\hat{T}, \hat{c})$, $x^* = SI(T, c)$, $\tilde{x} = SI(\hat{T}, \hat{c})$ etc

Teo condiz. \Rightarrow $\begin{cases} \epsilon_d \leq c(T) \epsilon_T & (\epsilon_c = 0) \\ \hat{\epsilon}_d \leq c(T) \epsilon_c & (\epsilon_T = 0) \end{cases} \quad \epsilon_T = \frac{\|\hat{T} - T\|}{\|T\|}$
 \Rightarrow occorre studiare $c(T)$!

Om (int. fisica): Se il sist. $Ax=b$ ha origine fisica, i dati A e b sono affetti da errore; se $\delta A \approx$ errore di origine fisica, allora \hat{x} è "fisicamente significativo".

Om: (\mathbb{R}^n, N_2) • $T = U^T A \Rightarrow \|T\|_2 \leq \|A\|_2$

• COSTO

def (costo aritmetico): # pseudo-op eseguite per portare a termine la proc.

Obs: (1) confronti a "costo zero": ragionevole se pochi
 (Es: $x \in \mathbb{R}^n$, per calcolare $\|x\|_2$ # confronti: non tanti!)

(2) costo di ciascuna pseudo-op indip da operandi (MALE se operandi non limitati! MA nei case si ha $-1021 \leq b \leq 1024 \dots$)

Es: ① $\phi_1(a, b) = a_1 \oplus b_1 \oplus \dots \oplus a_n \oplus b_n \approx a^T b$
 costo $\phi_1 = nP + (n-1)S = (2n-1)$ flops $\approx 2n$ flops

② $\phi_2(A, b) = (\phi_1(\hat{a}_1, b), \dots, \phi_1(\hat{a}_n, b))^T \approx Ab$ [\hat{a}_k : k-esima riga di A]
 costo $\phi_2 = n^2P + n(n-1)S = (2n^2 - n)$ flops $\approx 2n^2$ flops

Obs: Se A è tr si ha ($\exists \otimes 0 = 0, \exists \oplus 0 = \frac{\exists}{2}$):

costo 1° componenti = $1P + 0S$

" 2° " = $2P + 1S$

etc ... costo $\phi_2^{tr} = \frac{n(n+1)}{2}P + \frac{(n-1)n}{2}S = n^2$ flops

③ $\phi_3(T, c) = \hat{S}(T, c) \approx SI(T, c)$

costo $\phi_3 = nD + \frac{n(n-1)}{2}(P+S) = n^2$ flops

Obs: risolvere un sist di eq con matrice tr costa tanto quanto verificare se x è soluzione...

④ $\phi_4(A) = \hat{EG}(A) \approx EG(A)$

costo $\phi_4 = \frac{n^2+n}{2}D + \frac{2n^3 - 3n^2 + n}{6}(P+S)$

$= \frac{4n^3 - 3n^2 + 5n}{6}$ flops $\approx \frac{2}{3}n^3$

⑤ $\phi_5(A, b) = \text{soluz sist con } \hat{EG} \approx \text{soluz sist con } EG$

costo $\phi_5 = \text{costo } \phi_4 + 2 \text{ costo } \phi_3 \approx \frac{2}{3}n^3$

⑥ $\phi_6(A) = \hat{qr}(A) \approx qr(A)$

costo $\phi_6 \approx \frac{4}{3}n^3$

\Rightarrow costo soluz sist con $\hat{qr} \approx \frac{4}{3}n^3$

Obs: la soluz con qr costa (circa) il doppio rispetto a quella con EG.