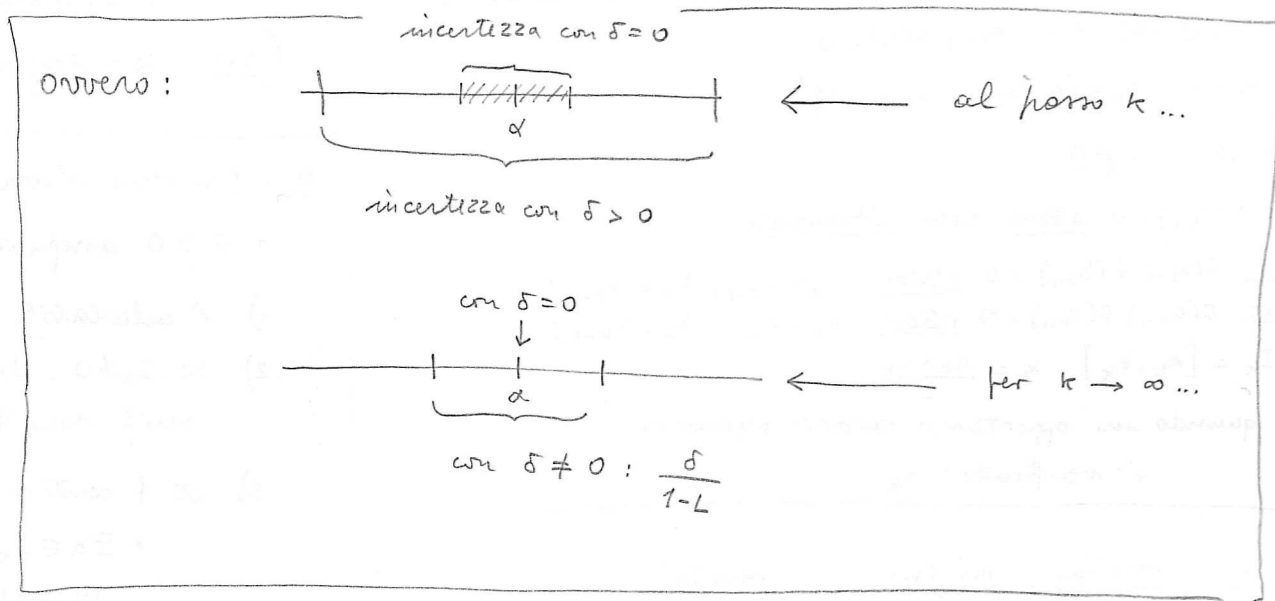


• uso del calcolatore

- $h, [a,b], x_0$  che v. ip. res. conv. loc. con  $L \in [0,1)$
- $\varphi: M \rightarrow M$  t.c.  $|\varphi(\xi) - h(\xi)| \leq \delta$  su  $[a,b] \cap M$
- $\xi_k = \varphi(\xi_{k-1})$  in  $[a,b]$  ( $\xi_0 = x_0 \dots$ )

ALLORA:  $|\xi_k - \alpha| \leq L^k |\xi_0 - \alpha| + \frac{1-L^k}{1-L} \delta$

↑  
pu di h in  $[a,b]$



• criteri d'arresto:

(1) Si ha:

$$* \left| \xi_k - \alpha \right| \leq \frac{|\xi_k - \xi_{k-1}|}{1-L} + \frac{\delta}{1-L} \quad \left| \xi_k - \xi_{k-1} \right| < \epsilon$$

$$* \left| \xi_k - \xi_{k-1} \right| \leq 2\delta + L \left| \xi_{k-1} - \xi_{k-2} \right| \quad (\text{"quasi decrescenti"})$$

e per  $k \rightarrow \infty$  non è ragionevole aspettarsi più di:  $|\xi_k - \xi_{k-1}| \approx \frac{2\delta}{1-L}$

(2) Sia  $\psi: M \rightarrow M$  t.c.  $|\psi(\xi) - \varphi(\xi)| \leq \gamma$

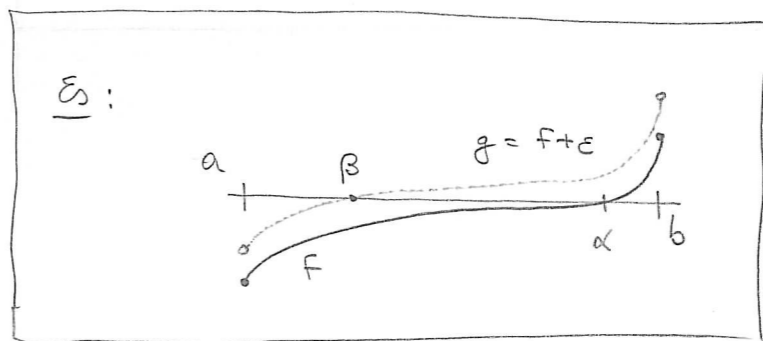
allora:  $|\xi_k - \alpha| \leq \frac{|\psi(\xi_k)| + \gamma}{m} \quad \left| \psi(\xi_k) \right| < \epsilon$

Oss: In entrambi i casi è inutile (e volte pericoloso) scegliere  $\epsilon$  troppo piccolo.

- condizioni  $f, [a,b], \epsilon > 0$  t.c...  $\left\{ \begin{array}{l} f \in C^1(a,b) \\ f' \neq 0 \text{ su } [a,b] \\ f(a) f(b) < 0 \\ |f(a)|, |f(b)| > \epsilon \end{array} \right.$

$g$  continua su  $[a,b]$  t.c...  $\forall x \in [a,b], |f(x) - g(x)| < \epsilon$

$\Rightarrow \exists \beta$  zero di  $g$  in  $[a,b]$  e  $|\alpha - \beta| < \frac{\epsilon}{\min |f'|}$



Om: il condiz dip da  $m$ .

Problema 2

Si consideri la funzione  $h(x) = e^x - 3 : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ .

- (a) Determinare il numero di punti uniti di  $h$ .
- (b) Per ciascuno dei punti uniti, decidere se il metodo iterativo definito da  $h$  sia utilizzabile per approssimarlo e, in caso affermativo: indicare un valore  $x_0$  a partire dal quale, operando in  $\mathbf{R}$ , la successione generata dal metodo iterativo risulta convergente e discutere la rapidità di convergenza della successione.

Problema 2

Sia

$$f(x) = -x^3 - x + 8$$

Dopo aver mostrato che  $f$  ha un solo zero, indicare  $x_0 \in \mathbf{R}$  tale che la successione ottenuta applicando ad  $f$  il metodo di Newton a partire da  $x_0$ , operando in  $\mathbf{R}$ , risulti convergente allo zero.