Considerazioni conclusive sul METODO di BISEZIONE

☺ - è robusto ...

- funziona anche su f non molto regolari (f continua)

☹ - è necess trovare $[a,b]$ t.c. ...

- come generalizz per $f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$?

- "lento"...

---

* METODO di NEWTON *

<u>dati</u>: $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ con derivata $\begin{cases} \text{continua} \\ \neq 0 \end{cases}$, $\gamma \in \mathbb{R}$;

- $x_0 = \gamma$
- <u>per</u> $k=1,2,3\ldots$ <u>ripeti</u>:

  <u>se</u> $x_{k-1} \notin [a,b]$ <u>allora</u> STOP

  <u>altrimenti</u> $x_k = x_{k-1} - \dfrac{f(x_{k-1})}{f'(x_{k-1})}$

<u>uscita</u>: quando un opportuno criterio d'arresto è verificato, x_k.

Caso particolare di METODO ad UN PUNTO:

la f. che "definisce il metodo"

dati: $h : [a,b] \to \mathbb{R}$ continua, $\gamma \in \mathbb{R}$

- $x_0 = \gamma$
- **per** $k = 1, 2, \ldots$ **ripeti**:

  se $x_{k-1} \notin [a,b]$ **allora** STOP

  altrimenti $x_k = h(x_{k-1})$

uscita: quando un opportuno criterio d'arresto è verificato, x_k.

- **Come funziona**: se $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua $\boxed{e}$ la succes. x_0, $x_1 = h(x_0)$, $x_2 = h(x_1)$, ... è **CONVERGENTE** ad $\alpha \in \mathbb{R}$, **allora**: $\alpha = h(\alpha)$ ovvero **α è PUNTO UNITO di h**.

dim:

$$\begin{array}{l} x_0,\ x_1,\ x_2,\ \ldots \longrightarrow \alpha \\ \ \|\ \ \ \ \| \\ h(x_0),\ h(x_1),\ h(x_2),\ \ldots \longrightarrow \alpha \end{array}$$

Ma:
$$\underbrace{\lim_{k\to\infty} h(x_k)}_{=\,\alpha} \underset{h\ \text{CONTINUA}}{=} \underbrace{h\left(\lim_{k\to\infty} x_k\right)}_{=\,\boxed{\alpha}}$$

q.di' : $\alpha = h(\alpha)$.

<u>Dunque</u> : il metodo ad un punto def da h si può cercare di utilizz per <u>APPROSSIMARE i PUNTI UNITI di h.</u>

<u>Oss</u> : Nel m di Newton si ha

$$h(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$$

e

$$\boxed{\begin{array}{l} \alpha \in [a,b] \text{ pu di } h \\ \qquad \Longleftrightarrow \quad \alpha \in [a,b] \text{ zero di } f \end{array}}$$

<u>dim</u> : • α pu di h $\sim$ $\alpha = h(\alpha)$

ovvero $\cancel{\alpha} = \cancel{\alpha} - \dfrac{f(\alpha)}{f'(\alpha)} \Rightarrow f(\alpha) = 0$

• α zero di f $\sim$ $f(\alpha) = 0$

dunque $h(\alpha) = \alpha - \dfrac{f(\cancel{\alpha})}{\cancel{f}'(\alpha)} = \alpha$.

<u>Pb</u> : (1) $\exists \gamma$ t.c. $x_0 = \gamma$, $x_1 = h(x_0), \dots$ è conv?

(2) Se $\exists$, come si determina?