

CN #5 / 8 marzo 2013 / A11

CRITERIO di ARRESTO

- di "tipo RELATIVO":

dato ϵ reale positivo...

... se $\min I_k < \epsilon \cdot \min \{|a_k|, |b_k|\}$
allora STOP

1) "è calcolabile"

2) $\exists \epsilon$ $0 \notin I_0$: $\forall k, 0 \notin I_k$ e

•  $\Rightarrow \min \{|a_k|, |b_k|\} = a_k > 0$

e $a_0 \leq a_k < b_0 \Rightarrow \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\min I_k}{\min \{|a_k|, |b_k|\}} = 0$

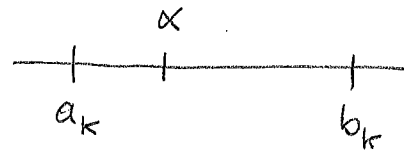
•  $\Rightarrow \min \{|a_k|, |b_k|\} = |b_k| > 0$

e $|b_0| \leq |b_k| < |a_0| \Rightarrow \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\min I_k}{\min \{|a_k|, |b_k|\}} = 0$

q.d.: di sup certamente verificata dopo un numero finito di iterazioni.

3) SE f continua :

• $\exists \alpha \in I_k$ zero di f



• $\frac{|x_k - \alpha|}{|\alpha|} \leq \frac{\frac{1}{2} \text{mis } I_k}{|\alpha|} < \frac{1}{2} \frac{\text{mis } I_k}{\min\{|a_k|, |b_k|\}} < \frac{E}{2}$

q.d.: si ottiene un' appross di α (utilizza x_k) con

errore relativo $< \frac{E}{2}$

IN PRATICA... inutile scegliere $E < \beta^{1-m}$

Oss :

$[z, v, \text{info}] = \text{bisezione}(f_{\text{bis}}, a, b, \dots$

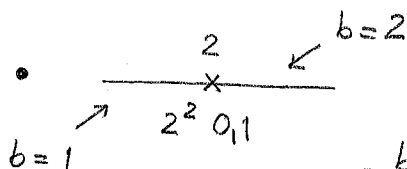
critero di arresto bis, E_{bis} , k_{max} , dialogo

"assoluto" oppure "relativo" errore am o nel richiesto

Es : $f(x) = (x-2)^{13}$ (f. continua)

$I_0 = [1.1, 3.2]$

$\delta = 10^{-15}$
↑
OK



caso peggiore: $b=2$

$\beta^{b-m} = 2^{-52} \approx 4 \cdot 10^{-16}$

$$x_{50} = 2 \quad (\text{trova zero "esatto"})$$

SE applico bisezione a

$$f_h(x) = (x-2)^{13} \text{ valutato con} \\ \text{il METODO di HORNER}$$

$$f_h(x) = \text{horner}(\text{poly}(2 * \text{ones}(1, 13), 'x'), x);$$

il polinomio in x i cui zeri sono
 $(\underbrace{2, 2, \dots, 2}_{13 \text{ volte}})$.

con I_0, δ quelli di sopra, ottengo:

$$x_{51} = 2,186\dots \quad (\text{mis } I_{51} \approx 8,88 \cdot 10^{-16})$$

con $I_0 = [1.1, 3.21]$, $\delta = 10^{-15}$ ottengo:

$$x_{51} = 1,872\dots \quad (\text{mis } I_{51} \approx 8,88 \cdot 10^{-16})$$

??
..