Es: $V = \mathbb{R}^3$ con ps canonico, $v = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \right\rangle$

- eq normali
- soluz delle eq normali
- migliore approx di v in W nel senso dei m.q

(Sol: ...)

Es: V, v come nell' Es precedente; $W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\rangle$

- eq normali e soluz
- migliore approx ...

Es: $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

- verif che $Ax = b$ non ha soluz
- soluz di $Ax = b$ nel senso dei m.q.
- soluz di $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ nel senso dei m.q.

(Oss: sist equivalenti, ma ...)

Oss (pseudoinversa):

$A \in \mathbb{R}^{n \times k}$, $n \geq k$, $b \in \mathbb{R}^n$

$= (a_1, \dots, a_k)$, colonne lin indip.

- LA soluz del sist $Ax = b$ nel senso dei m.q. è

$$x^* = \boxed{(A^T A)^{-1} A^T} b \longleftarrow \text{PSEUDOINVERSA di } A \; (A^+) \in \mathbb{R}^{k \times n}$$

- SE $n = k$ si ha $A^+ = A^{-1}$
- LA proiez ortogonale di b su $\langle a_1, \dots, a_k \rangle$ è $Ax^* = AA^+ b$

Es: $V = \mathbb{R}^3$, $W = \left\langle \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\rangle$, $v = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ (ps canonico in V)

- W è un piano: determ eq cartesiana;
- determ v^*, proiez ortogonale di v su W;
- posto $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, determ A^+.