Pb (dell'interpolazione polinomiale):

dati
- k intero ≥ 0
- $P_k(\mathbb{R})$ = ins dei polin a coeff in $\mathbb{R}$, di grado $\leq k$
  (sottosp vett delle f continue da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$)
- $x_0, \dots, x_k \in \mathbb{R}$, distinti
- $y_0, \dots, y_k \in \mathbb{R}$

determ $p \in P_k(\mathbb{R})$ t.c. $p(x_0) = y_0, \dots, p(x_k) = y_k$
("che interpola i dati $(x_0, y_0), \dots, (x_k, y_k)$")

TEO (esist ed unicita' della soluz)

$\forall k;\ x_0, \dots, x_k;\ y_0, \dots, y_k$

$\exists!\ p \in P_k(\mathbb{R})$ che risolve il Pb dell'int polinom

(dim: ... con base di Lagrange)

Es: determ l'elem di $P_2(\mathbb{R})$ che int i dati $(-1,0)$, $(0,1)$, $(2,-2)$...

A) ... usando base Lagrange
B) ... usando base Vandermonde

e verif che i polin trovati sono uguali.

Oss: basi diverse in $P_k(\mathbb{R})$ $\Rightarrow$ FORME diverse del p. che interpola.

Oss: $k=2$
- $P_2(\mathbb{R}) = \langle \ell_0, \ell_1, \ell_2 \rangle$: base e forma di LAGRANGE (matr identica)
- $P_2(\mathbb{R}) = \langle 1, x, x^2 \rangle$: base e forma di VANDERMONDE (matr di V.)
- $P_2(\mathbb{R}) = \langle 1, x-x_0, (x-x_0)(x-x_1) \rangle$: base e forma di NEWTON (matr tr inf)

Es: dati $(0,1)$, $(-1,2)$, $(3,10)$, $(1,10)$
- determ la f di Newt del p che interpola ("interpolante")
- (per casa) stessa cosa per dati permutati: $(3,10)$, $(-1,2)$, $(1,10)$, $(0,1)$