

Obs (uso EG/EGP per soluz sist):  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $b \in \mathbb{R}^n$ ;

- (1)  $(S, D) = EG(A)$
- (2)  $c = SA(S, b)$
- (3)  $x = SI(D, c)$

procedura NON SODDISFACENTE, in generale:

SE passo (1) ok, ALTRA trova  $x \Leftrightarrow A$  invert

MA passo (1) può fallire anche se  $A$  invert!

- (1)  $(P; S, D) = EGP(A)$
- (2)  $c = SA(S, Pb)$
- (3)  $x = SI(D, c)$

procedura SODDISFACENTE:

• passo (1) può fallire SOLO SE  $A$  non invert

SE  $A$  invert, TROVA soluz

SE  $A$  non invert, ti ARRESTA

Obs (unicità EGP):  $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$

(A)  $P_1 = P(1,2), \dots$

(B)  $P_1 = P(1,3), \dots$

Es: completare EGP e confrontare i fattori ottenuti.

• FATTORIZZAZIONE QR

def:  $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ;  $U, T \in \mathbb{R}^{n \times m}$  t.c. ...

Es (procedim di calcolo):  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 6 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

PASSO 1: determ  $\Omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  a colonne ortogonali e  $\Theta \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  tr sup con  $\theta_{kk} = 1$  t.c.  $\Omega\Theta = A$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 6 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix} = (\omega_1, \omega_2, \omega_3) \begin{bmatrix} 1 & \theta_{12} & \theta_{13} \\ 0 & 1 & \theta_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \omega_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \\ \omega_1 \theta_{12} + \omega_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix} \\ \omega_1 \theta_{13} + \omega_2 \theta_{23} + \omega_3 = \begin{bmatrix} 6 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \end{cases} \quad \begin{cases} \omega_1 = \dots \\ \theta_{12} = \frac{\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix} \cdot \omega_1}{\|\omega_1\|^2}, \omega_2 = \dots \\ \theta_{13} = \frac{\begin{bmatrix} 6 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \omega_1}{\|\omega_1\|^2}, \theta_{23} = \frac{\begin{bmatrix} 6 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \omega_2}{\|\omega_2\|^2}, \omega_3 = \dots \end{cases}$$

PASSO 2:  $W = \text{diag}(\|\omega_1\|, \|\omega_2\|, \|\omega_3\|)$

•  $\Omega W^{-1}$  è ortogonale

•  $W\Theta$  è tr sup

•  $(\Omega W^{-1})(W\Theta) = A$

q. di:  $U = \Omega W^{-1}$ ,  $T = W\Theta$  e fatt QR di  $A$

Obs (analogia con proc ortonorm Gram-Schmidt):

