

Es: $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 0 \\ 1 & 6 & 0 \end{bmatrix}$; per determ fatt LR si utilizza
la proc di ELMINAZ di GAUSS:

1) $A^{(1)} = A$

2) si indica con r_k la riga k -esima della matrice...

$r'_1 = r_1$; $r'_2 = r_2 + \lambda_{21} r_1$ (λ_{21} t.c. $r'_{21} = 0$)

$r'_3 = r_3 + \lambda_{31} r_1$ (λ_{31} t.c. $r'_{31} = 0$)

ovvero: $A^{(2)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \lambda_{21} & 1 & 0 \\ \lambda_{31} & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{H_1} A^{(1)} \quad \left| \quad \begin{array}{l} \lambda_{21} = -1, \quad \lambda_{31} = -1 \\ e \quad A^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \end{bmatrix} \end{array} \right.$

3) $r'_1 = r_1$; $r'_2 = r_2$; $r'_3 = r_3 + \lambda_{32} r_2$ (λ_{32} t.c. $r'_{32} = 0$)

ovvero: $A^{(3)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & \lambda_{32} & 1 \end{bmatrix}}_{H_2} A^{(2)} \quad \left| \quad \begin{array}{l} \lambda_{32} = -2 \\ e \quad A^{(3)} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \end{array} \right.$

OM: • $A^{(3)}$ \rightarrow tr sup (un candidato fatt destro di fatt LR)

• H_1, H_2 sono tr sup con 1 sulla diag (\rightarrow invertibili)

• $A^{(3)} = H_2 A^{(2)} = H_2 H_1 A \Rightarrow A = H_1^{-1} H_2^{-1} A^{(3)}$

e $H_1^{-1} H_2^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\lambda_{21} & 1 & 0 \\ -\lambda_{31} & -\lambda_{32} & 1 \end{bmatrix} \rightarrow$ tr sup con 1 sulla diag

dunque: $H_1^{-1} H_2^{-1}, A^{(3)}$ e' fatt LR di A

Oss: i coeff $-\lambda_{ij}$ si chiamano MOLTIPLICATORI.