

Des: Utilizzando il calcolatore si ha:

1) $a_0 = rd(a)$, $b_0 = rd(b) \Rightarrow$ si cercano zeri nell'int...

2) $x_k = \frac{a_k + b_k}{2}$ sostituito da $\xi_k = (a_k \oplus b_k) \oslash 2$

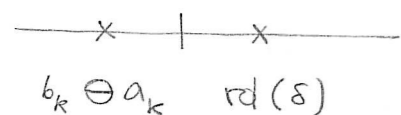
3) $f(\xi_k)$ sostituito da $\varphi(\xi_k)$: se err nel < 1 ok (il SEGNO e' corretto), altrimenti...

4) criteri d'arresto...

• ASSOLUTO $b_k \ominus a_k < rd(\delta)$

• RELATIVO $(b_k \ominus a_k) \oslash m_k < rd(\epsilon)$

(A) $b_k \ominus a_k < rd(\delta) \Rightarrow b_k - a_k < \delta$



dunque quando il cr d'arresto e' verif si ha (se φ "buona"...):

$$|\xi_k - \alpha| \leq b_k - a_k < \delta$$

(B) $(b_k \ominus a_k) \oslash m_k < rd(\epsilon) \Rightarrow \frac{b_k \ominus a_k}{m_k} < \epsilon$

MA: $b_k \ominus a_k = rd(b_k - a_k) = (1 + \theta)(b_k - a_k)$ con $|\theta| \leq u$

$$\Rightarrow (1 - u)(b_k - a_k) \leq b_k \ominus a_k \leq (1 + u)(b_k - a_k)$$

$$\Rightarrow (1 - u) \frac{b_k - a_k}{m_k} < \epsilon \sim \frac{b_k - a_k}{m_k} < \frac{\epsilon}{1 - u}$$

Dunque (se φ "buona" ...): $\left| \frac{\xi_k - \alpha}{\alpha} \right| \leq \frac{b_k - a_k}{m_k} < \frac{\epsilon}{1 - u}$

Es: $f(x) = \log x - 20$; uti' e' izz b'iez con cr d'arresto assoluto e $\epsilon = 10^{-9}$...

zero $\approx 5 \cdot 10^8$ e esp in base due = 29

$$\sigma(\xi) - \xi = 2^{b - 53} \approx 6 \cdot 10^{-8}$$

\Rightarrow \nexists int ad estremi in $F(2,53)$ che include zero e mis $< 10^{-9}$

• METODI AD UN PUNTO

idea data f (di cui si cerca uno zero), det h t.c.

$$f(\alpha) = 0 \Leftrightarrow h(\alpha) = \alpha$$

α zero di $f \Leftrightarrow \alpha$ PUNTO UNITO di h (o punto FISSO)

Es: $f(x) = x + \log x$; $h_1(x) = -\log x$, $h_2(x) = e^{-x}$

$$h_3(x) = \frac{x + e^{-x}}{2}$$

h_1, h_2, h_3 verificano l'equivalenza...

descriz del m. ad un punto def da h (operando in \mathbb{R})

dati: $h: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, continua, $\gamma \in [a, b]$

$x_0 = \gamma$;

per $k = 1, 2, \dots$ ripeti

se $x_{k-1} \notin [a, b]$ allora STOP

altrimenti $x_k = h(x_{k-1})$

uscita: quando mi opportuno criterio d'arresto e' verificato: x_k

Oss: SE $x_0, x_1, \dots \rightarrow \alpha$ ALLORA $h(x_0), h(x_1), \dots \rightarrow h(\alpha)$
(per la cont di h)

SIKOME $h(x_0) = x_1, h(x_1) = x_2, \dots$ si ha: $h(\alpha) = \alpha$

ovvero:

SE la successione generata dal m. it def da h a partire da γ converge, il lim e' un punto fisso di h

- Pb
- ① data f , come scegliere h
 - ② scelta h , come scegliere γ t.c. success. conv.

TEO (conv locale)

Siano $[a, b]$, $h \in C^1(a, b)$ e $x_0 \in [a, b]$ t.c.

- 1) $\exists \alpha$ p.u di h in $[a, b]$
- 2) $\exists L \in [0, 1)$ t.c. $\forall x \in [a, b]$ si ha $|h'(x)| \leq L$
- 3) la successione generata dal m. it def da h a partire da x_0 e' in $[a, b]$

Allora: (1) α e' l' unico p.u di h in $[a, b]$

(2) la successione gen... da x_0 e' convergente (ad α).

(dim: ...)