Oss: Utilizzando il calcolatore si ha:

1) $a_0 = rd(a)$, $b_0 = rd(b)$ $\Rightarrow$ si cercano zeri nell'int ...

2) $x_k = \dfrac{a_k + b_k}{2}$ sostituito da $\xi_k = (a_k \oplus b_k) \oslash 2$

3) $f(\xi_k)$ sostituito da $\varphi(\xi_k)$: se err rel < 1 ok (il SEGNO è corretto), altrimenti ...

4) criterio d'arresto ...

- ASSOLUTO $\quad b_k \ominus a_k < rd(\delta)$
- RELATIVO $\quad (b_k \ominus a_k) \oslash m_k < rd(\varepsilon)$

(A) $\quad b_k \ominus a_k < rd(\delta) \;\Rightarrow\; b_k - a_k < \delta$

$b_k \ominus a_k \quad rd(\delta)$

dunque quando il cr d'arresto è verif si ha (SE φ "buona"...):

$$|\xi_k - \alpha| \le b_k - a_k < \delta$$

(R) $\quad (b_k \ominus a_k) \oslash m_k < rd(\varepsilon) \;\Rightarrow\; \dfrac{b_k \ominus a_k}{m_k} < \varepsilon$

MA: $b_k \ominus a_k = rd(b_k - a_k) = (1+\theta)(b_k - a_k)$ con $|\theta| \le u$

$$\Rightarrow (1-u)(b_k - a_k) \le b_k \ominus a_k \le (1+u)(b_k - a_k)$$

$$\Rightarrow (1-u)\frac{b_k - a_k}{m_k} < \varepsilon \quad \sim \quad \frac{b_k - a_k}{m_k} < \frac{\varepsilon}{1-u}$$

Dunque (se φ "buona"...): $\left|\dfrac{\xi_k - \alpha}{\alpha}\right| \le \dfrac{b_k - a_k}{m_k} < \dfrac{\varepsilon}{1-u}$

Es: $f(x) = \log x - 20$; utilizz bisez con cr d'arresto assoluto e $\delta = 10^{-9}$ ...

zero $\approx 5 \cdot 10^8$ e esp in base due $= 29$

$$\sigma(\xi) - \xi = 2^{\,\underbrace{29}_{}-53} \approx 6 \cdot 10^{-8}$$

$$\boxed{\Rightarrow \nexists \text{ int ad estremi in } F(2,53) \text{ che include zero e mis} < 10^{-9}}$$

- METODI AD UN PUNTO

idea: dato f (di cui si cerca uno zero), det h t.c.

$$f(\alpha) = 0 \iff h(\alpha) = \alpha$$

α zero di f $\iff$ α PUNTO UNITO di h (o punto FISSO)

Es: $f(x) = x + \log x$; $\quad h_1(x) = -\log x$, $h_2(x) = e^{-x}$

$$h_3(x) = \frac{x + e^{-x}}{2}$$

h_1, h_2, h_3 verificano l'equivalenza ...

descriz del m. al un punto def da h (operando in $\mathbb{R}$)

<u>dati</u>: $h:[a,b] \to \mathbb{R}$, <u>continua</u>, $\gamma \in [a,b]$

$x_0 = \gamma$;

<u>per</u> $k = 1, 2, \dots$ <u>ripeti</u>

<u>se</u> $x_{k-1} \notin [a,b]$ <u>allora</u> STOP

<u>altrimenti</u> $x_k = h(x_{k-1})$

<u>uscita</u>: quando un opportuno criterio d'arresto è verif: x_k

<u>OSS</u>: SE $x_0, x_1, \dots \to \alpha$ ALLORA $h(x_0), h(x_1), \dots \to h(\alpha)$ (per la cont di h)

SICCOME $h(x_0) = x_1$, $h(x_1) = x_2$, ... si ha: $h(\alpha) = \alpha$

ovvero: SE la successione generata dal m. it def da h a partire da γ converge, il lim è un punto unito di h

<u>Pb</u> (1) data f, come scegliere h

(2) scelta h, come scegliere γ t.c. succes conv.

<u>TEO</u> (conv locale)

Siano $[a,b]$, $h \in C^1(a,b)$ e $x_0 \in [a,b]$ t.c.

1) $\exists\, \alpha$ p.u di h in $[a,b]$

2) $\exists\, L \in [0,1)$ t.c. $\forall x \in [a,b]$ si ha $|h'(x)| \leq L$

3) la succes generata dal m. it def da h a partire da x_0 è in $[a,b]$

<u>Allora</u>: (1) α è l'<u>unico</u> p.u di h in $[a,b]$

(2) la succes gen ... da x_0 <u>è convergente</u> (ad α).

(<u>dim</u>: ...)