Es: in $F(10,2)$...

1) $\oplus$ è simmetrica
2) $\oplus$ non è associativa: $\xi_1 = 10^2\, 0{,}10$; $\xi_2 = \xi_3 = 10^0\, 0{,}38$

$$(\xi_1 \oplus \xi_2) \oplus \xi_3 \neq \xi_1 \oplus (\xi_2 \oplus \xi_3)$$

3) $\forall\, \xi_1, \xi_2, \alpha \in F(10,2)$, $\xi_1 > \xi_2 \Rightarrow \xi_1 \oplus \alpha \geq \xi_2 \oplus \alpha$
(monotonia: segue dalle corrisp propr di rd)

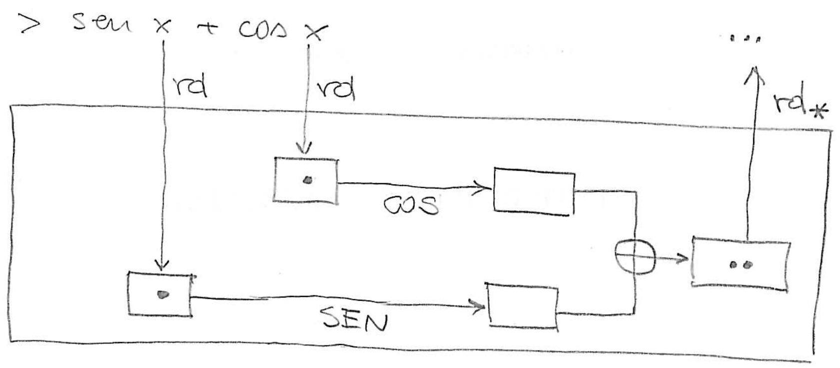
4) $\forall\, \xi \in F(10,2)$: $\xi \oplus 0 = \xi$ ma "lo zero non è unico"...

$$10^2\, 0{,}67 \oplus 10^{-2}\, 0{,}11 = 10^2\, 0{,}67$$

Es (per casa): dimostrare, utilizzando le proprietà della funzione $rd: \mathbb{R} \to F(10,2)$, che

- $\forall\, \xi \in F(10,2)$, $\xi \oplus (-\xi) = 0$
- $\forall\, \xi \in F(10,2)$, $\exists!\, \alpha \in F(10,2)$: $\xi \oplus \alpha = 0$.

Es: $f(x) = \text{sen}\, x + \cos x$



$\bullet = rd(x) = \xi$

$\bullet\bullet = SEN(\xi) \oplus COS(\xi) = \phi(\xi)$

si approssima $f(x)$ con $\phi(\xi)$...

$$\varepsilon_t = \frac{\phi(\xi) - f(x)}{f(x)}, \quad f(x) \neq 0$$

errore relativo TOTALE commesso

Pb: studiare ε_t (solo esempi molto semplici!)

def:

$$\varepsilon_a = \frac{\phi(\xi) - f(\xi)}{f(\xi)}, \quad f(\xi) \neq 0$$

errore rel ALGORITMICO

$$\varepsilon_d = \frac{f(\xi) - f(x)}{f(x)}, \quad f(x) \neq 0$$

errore rel TRASMESSO (dai dati)

Oss: $\varepsilon_t = \varepsilon_a + \varepsilon_d + \varepsilon_a \varepsilon_d$ (dim...)

I) studio di ε_d: CONDIZIONAMENTO del calcolo di $f(x)$

def (f di condizionamento)

$f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$; $x_1, \dots, x_n \in \mathbb{R}$, $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n \in \mathbb{R}$

$$C(x_1, \dots, x_n; \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n) = \frac{f((1+\varepsilon_1)x_1, \dots, (1+\varepsilon_n)x_n) - f(x_1, \dots, x_n)}{f(x_1, \dots, x_n)}$$

FUNZIONE di CONDIZIONAMENTO del calcolo di $f(x_1, \dots, x_n)$

Oss: $n = 1$; se $\xi = rd(x)$, $\exists\, \varepsilon$ t.c. $\xi = (1+\varepsilon)x$ e:

$$\varepsilon_d = \frac{f(\xi) - f(x)}{f(x)} = \frac{f((1+\varepsilon)x) - f(x)}{f(x)} = C(x; \varepsilon)$$

ovvero: ε_d è il valore della f di condiz...

Es (f di condiz per op aritm):

1) $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$

$$C(x_1, x_2; \varepsilon_1, \varepsilon_2) \doteq \frac{x_1}{x_1+x_2}\varepsilon_1 + \frac{x_2}{x_1+x_2}\varepsilon_2$$

- SE addendi dello stesso segno: $|C(x_1, x_2; \varepsilon_1, \varepsilon_2)| \leq |\varepsilon_1 + \varepsilon_2|$ e "CALCOLO BEN CONDIZIONATO";
- SE $x_1 + x_2 \approx 0$, può essere $|C(x_1, x_2; \varepsilon_1, \varepsilon_2| \gg |\varepsilon_1|, |\varepsilon_2|$ e "CALCOLO NON BEN CONDIZIONATO".

2) $f(x_1, x_2) = x_1 x_2$

$$C(x_1, x_2; \varepsilon_1, \varepsilon_2) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_1\varepsilon_2 \approx \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

- $\forall x_1, x_2$ t.c. $x_1 x_2 \neq 0$, il calcolo è ben condiz.

3) $f(x_1, x_2) = x_1/x_2$

$$C(x_1, x_2; \varepsilon_1, \varepsilon_2) = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{1 + \varepsilon_2} \approx \varepsilon_1 - \varepsilon_2$$

- $\forall x_1, x_2$ t.c. $x_2 \neq 0$, il calcolo è ben condizionato.