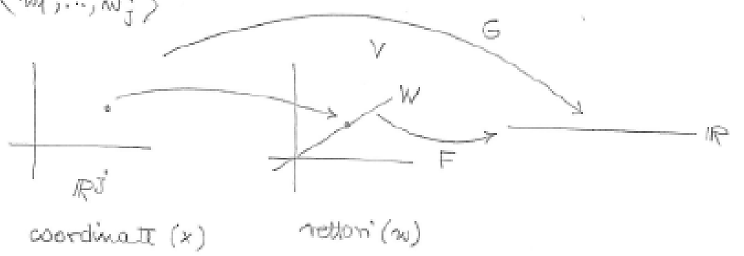
<u>Oss</u> (versione analitica del pb dei minimi quadrati):

- V sp vett su $\mathbb{R}$ con p.s., $v \in V$
- W ssv di V con $\dim W < +\infty$
- $F : W \to \mathbb{R}$ t.c. $F(w) = \| v - w \|^2$

(1) <u>TEO</u> $\Rightarrow$ la funz F ha minimo (assoluto) in v^* pr ort di v su W

(2) $W = \langle w_1, \dots, w_j \rangle$



$G : \mathbb{R}^j \to \mathbb{R}$ t.c. $G(x) = F(x_1 w_1 + \dots + x_j w_j)$

- v^* minimo di F
- x^* t.c. $x_1^* w_1 + \dots + x_j^* w_j = v^* \Rightarrow x^*$ minimo di G

$$\left[x \neq x^* \Rightarrow G(x) = F(x_1 w_1 + \dots + x_j w_j) \geq F(v^*) = G(x^*) \right]$$

- SE $w_1, \dots, w_j$ BASE, x^* <u>unico</u> elem di $\mathbb{R}^j$ che rende minima G, ALTRIMENTI $\exists$ infiniti elem di $\mathbb{R}^j$ che ...

<u>Oss</u>: V, v come sopra, $W = \langle w_1, \dots, w_j \rangle$ s.s.v di V.

- v^* pr ort di v su W $\Leftrightarrow$ $v - v^* \perp W$

  ovvero $\Leftrightarrow \forall s = 1, \dots, j$: $(v - v^*) \cdot w_s = 0$ cioè: $v^* \cdot w_s = v \cdot w_s$

- Le coord di v^* sono dunque individuate da:

  $a_1 w_1 + \dots + a_j w_j = v^* \Leftrightarrow \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_j \end{bmatrix}$ soluz del sist $\underbrace{\begin{bmatrix} w_1 \cdot w_1 & \dots & w_j \cdot w_1 \\ \vdots & & \vdots \\ w_1 \cdot w_j & \dots & w_j \cdot w_j \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} v \cdot w_1 \\ \vdots \\ v \cdot w_j \end{bmatrix}}_{\text{EQUAZIONI NORMALI}}$

  <u>Oss</u>: la matr del sist è SIMMETRICA.