Es: $[a,b]=[0,2\pi]$; $f(t) = \operatorname{sen} \omega t$, $\omega > 0$

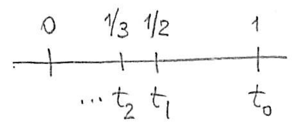
- $\forall j$ int positivo, $\max\{ |f^{(j)}(t)|, t\in[0,2\pi]\} = \omega^j$
- $\forall \tau \in [0,2\pi]$, $|t-\tau| \le 2\pi$

$$\Rightarrow \quad e(f) \le \frac{\omega^{k+1}}{(k+1)!}(2\pi)^{k+1} \quad e \quad \lim_{k\to+\infty} \frac{(2\pi\omega)^{k+1}}{(k+1)!} = 0$$

OVVERO: $\boxed{\text{l'errore di ricostruz può essere reso arb piccolo scegliendo suff grande il \# di ist di campionam; l'unico vincolo sugli ist di camp è che siano distinti.}}$

Es: $[a,b]=[0,1]$; $f(t) = \begin{cases} t \operatorname{sen} \frac{\pi}{t} & \text{per } t\neq 0 \\ 0 & \text{per } t=0 \end{cases}$

- $t_j = \frac{1}{j+1}$, $j=0,1,2,\dots$



- $f(t_j) = \frac{1}{j+1}\operatorname{sen}[(j+1)\pi] = 0 \Rightarrow$ dati da interp: $(t_0,0),(t_1,0),\dots$

$\Rightarrow \forall f$ di ricostr r: $r(c(f)) = 0$.

Q.di: $e(f) = \max\{|f(t)|, t\in[0,1]\} > 0$ INDIP da k

OVVERO: $\boxed{\exists \text{ funz e strategie di scelta degli ist di camp t.c. } \lim_{k\to\infty} e(f) \not\to 0.}$

Oss: in generale...

$\boxed{\text{Es: } \dots < L^j,\ L>0}$

- se $\max\{|f^{(j)}(t)|, t\in[a,b]\}$ non cresce troppo rapidam con j allora $\lim_{k\to\infty} e(f) = 0$ con qualsiasi strategia di scelta dei c.
- $\forall f$ continua, $\exists$ strategia di scelta dei t_j t.c. $\lim_{k\to\infty} e(f)=0$ [... ma QUALE ?];
- $\forall$ strategia di scelta dei t_j, $\exists f$ continua t.c. $\lim_{k\to\infty} e(f) \neq 0$.

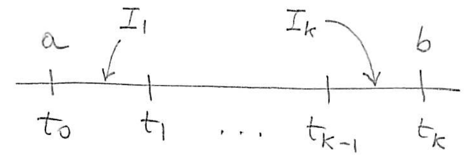
$\Rightarrow$ ricostr con int polinomiale soddisf solo per POCHE funzioni molto regolari.

ALTERNATIVA: ricostr con funzioni continue lineari a tratti

def (f lin a tratti): $a<b\in\mathbb{R}$, $a=t_0<t_1<\dots<t_k=b$,

$I_j = [t_{j-1}, t_j]$

$j=1,\dots,k$



$f:[a,b]\to\mathbb{R}$ è una f CONTINUA LINEARE A TRATTI (su $I_1,\dots,I_k$) $\boxed{\text{SE}}$

- f è continua su $[a,b]$
- $\forall j=1,\dots,k$ $\exists p_j \in P_1(\mathbb{R})$ t.c. $f=p_j$ su I_j

Es: