PROPRIETÀ

(I) A è a PDF $\Rightarrow$ $A[k]$ è a PDF per $k = 1, \dots, n$

(II) A è a PDF $\Rightarrow$ $\det A \neq 0$

(dim: (I) ovvio dalla def; (II) si dim che PDF $\Rightarrow$ $\ker A = \{0\} \dots$)

Allora:

$\boxed{\text{(I)+(II): } A \text{ è a PDF} \Rightarrow \det A[k] \neq 0,\ k=1,\dots,n-1 \text{ q.di (teo riv def EG): EG è def in } A.}$

---

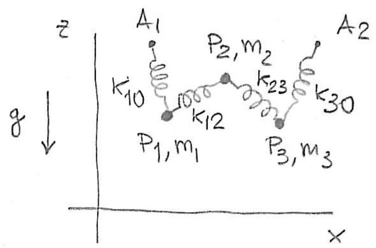
(2) SDP def: $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ è SDP se
- A è simm ($A^T = A$)
- $\forall v \neq 0$, $Av \cdot v > 0$ (ps canonico in $\mathbb{R}^n$)

Es: • $\alpha I \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\alpha \in \mathbb{R}$, è simm $\forall \alpha$; $v^T \alpha v = \alpha \|v\|^2$:
αI è SDP $\Leftrightarrow$ $\alpha > 0$ (in gen: $\mathrm{diag}(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ è SDP $\Leftrightarrow$ $\alpha_1 > 0, \dots, \alpha_n > 0$)

• $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ è simm; $v^T \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} v = 2 v_1 v_2$ e q.di … non è SDP.

$\boxed{\text{Oss: } Ae_k \cdot e_k = e_k^T A e_k = a_{kk}, \text{ perciò: } A \text{ SDP} \Rightarrow a_{kk} > 0,\ k=1,\dots,n.}$

Es:



$A_i \equiv (\alpha_i, \beta_i)$
$P_j \equiv (x_j, z_j)$; $k_{ij} > 0$, $g > 0$, $m_j > 0$

Eq per l'equilibrio (eq di Newton):

$$\underbrace{\begin{bmatrix} k_{10}+k_{12} & -k_{12} & 0 \\ -k_{12} & k_{12}+k_{23} & -k_{23} \\ 0 & -k_{23} & k_{23}+k_{30} \end{bmatrix}}_{C \in \mathbb{R}^{3\times 3}} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{10}\alpha_1 \\ 0 \\ k_{30}\alpha_2 \end{bmatrix}$$
proiez lungo asse x

$$C \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{10}\beta_1 - m_1 g \\ -m_2 g \\ k_{30}\beta_2 - m_3 g \end{bmatrix}$$
proiez lungo asse z

$\boxed{\text{Oss: i due sistemi hanno la \underline{stessa} matrice.}}$

… C è SDP (vero sempre per sist di masse e molle)
(dim: dalla def: $Cv \cdot v = \dots$)

PROPRIETÀ

(I) A è SDP $\Rightarrow$ $A[k]$ è SDP, $k = 1, \dots, n$

(II) A è SDP $\Rightarrow$ $\det A \neq 0$

(dim: (I) no, (II) $Ax = 0 \Rightarrow Ax \cdot x = 0 \dots$)

ALLORA:

$\boxed{\text{(I)+(II) } A \text{ è SDP} \Rightarrow \det A[k] \neq 0 \text{ per } k=1,\dots,n-1 \text{ q.di (teo riv def EG): EG è def in } A}$

Oss: