Pb: non sempre EG è def (Es: $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$)

Oss: $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $b \in \mathbb{R}^n$; procedim per la soluzione del sistema $Ax=b$ ...

(1) $(S,D) = EG(A)$

(2) $c = SA(S,b)$

(3) $x = SI(D,c)$

procedim NON SODDISFACENTE, in generale:

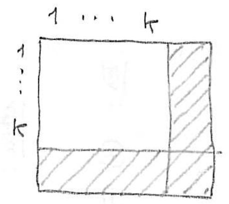
SE passo (1) ok, ALLORA trova $x \Leftrightarrow A$ invertibile

MA passo (1) può fallire anche se A invertibile!

• studio dell'ins di def di EG.

def (minori principali di testa)

$A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $k \in \{1,\dots,n\}$; $A[k]$ minore di A:



"minore pr di testa di A (di ordine k)"

> **TEO** (ins di def di EG):
>
> $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$; EG è def in A ($\sim a^{(k)}_{kk} \neq 0$ per $k=1,\dots,n-1$)
>
> $\Leftrightarrow \det A[k] \neq 0$ per $k=1,\dots,n-1$
>
> (dim: no)

Es: $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

ND/i, ND/i, D/ni

> Oss: il teo non parla di $\det A[n] = \det A$!

Oss: (1) Se S,D è fatt LR di A con $d_{kk} \neq 0$, $k=1,\dots,n-1$ allora $\exists!$ fatt LR di A (dim: solo caso $d_{nn} \neq 0$ ...)

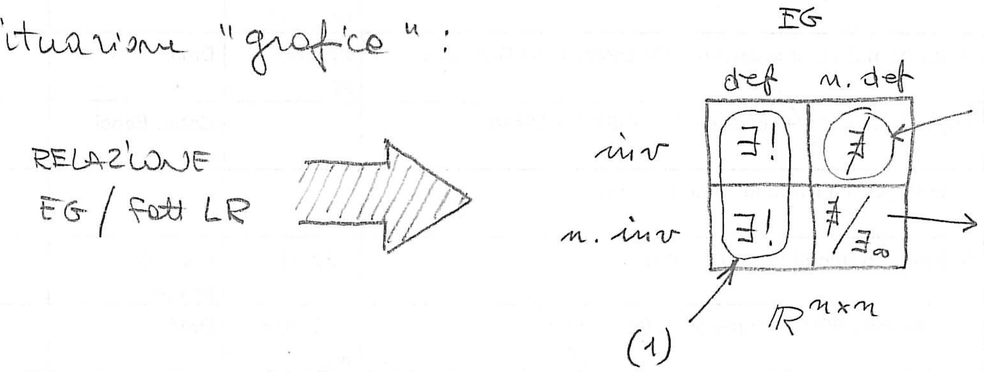
$\Rightarrow$ $\boxed{\text{SE EG def in } A \text{ ALLORA } EG(A) \text{ è l'unica fatt LR}}$

(2) $\boxed{\text{Sia } A \text{ invert; EG non def in } A \Rightarrow \nexists \text{ fatt LR di } A}$

dim ($\exists$ fatt LR $\Rightarrow$ EG def in A)

- Sia S,D fatt LR di A;
- A invert $\Rightarrow D$ invert $\Rightarrow d_{kk} \neq 0$, $\forall k$;
- $A = SD \Rightarrow A[k] = S[k]\,D[k]$ (disegnino...) $\Rightarrow \det A[k] = \det D[k] = d_{11}\cdots d_{kk} \neq 0 \Rightarrow$ EG def in A (usando teo precedente).

Situazione "grafica":



> Es: $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ $\nexists$ fatt;
>
> $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\exists_\infty$ fatt

---

Es: $\forall \alpha \in \mathbb{R}$, $A(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ \alpha & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -\alpha \end{bmatrix}$

- determ per quali α EG è def
- discutere $\exists$ fatt LR di $A(\alpha)$

(Sol: EG def in $A(\alpha) \Leftrightarrow \alpha \neq 1/2$; $A(1/2)$ inv $\Rightarrow \nexists$ fatt LR)

- Classi di matr per le quali EG è def ($\Rightarrow \exists!$ fatt LR)

  * PDF : a Predominanza Diagonale Forte

  * SDP : Simmetriche Definite Positive

① PDF   <u>def</u> : $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ a PDF se

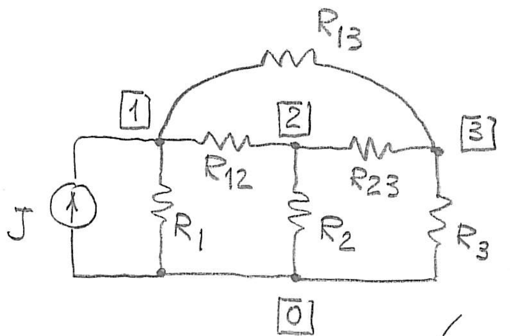
- $|a_{kk}| > \sum_{i \neq k} |a_{ki}|$, $k = 1, \dots, n$ (per RIGHE)
- $|a_{kk}| > \sum_{i \neq k} |a_{ik}|$, $k = 1, \dots, n$ (per COLONNE)

<u>Es</u>: $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{bmatrix}$ è PDF per r, non per c;

$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ è PDF sia per r che per c.

<u>Oss</u>: A è PDF $\Rightarrow a_{kk} \neq 0$ per $k = 1, \dots, n$

<u>Es</u>:



usando LKC:

$$\begin{bmatrix} J \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1 + G_2 + G_{13} & -G_{12} & -G_{13} \\ -G_{12} & G_2 + G_{12} + G_{23} & -G_{23} \\ -G_{13} & -G_{23} & G_3 + G_{23} + G_{13} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

$\left(G_i = \frac{1}{R_i}\ ;\ G_{kj} = \frac{1}{R_{kj}}\ ;\ V_i = \text{ddp nodo } \boxed{i} - \text{nodo } \boxed{0} \right)$

... la matrice è a PDF ($\forall$ valore > 0 delle res!)

<u>Per casa</u>: la matr <u>non</u> è a PDF se una delle R_k è elim, è ancora a PDF se si elimina una delle R_{ij}.