Oss: Utilizzando il calcolatore si ha:

1) $a_0 = rd(a)$, $b_0 = rd(b)$ $\Rightarrow$ si cercano zeri nell'int ...

2) $x_k = \frac{a_k + b_k}{2}$ sostituito da $\xi_k = (a_k \oplus b_k) \oslash 2$

3) $f(\xi_k)$ sostituito da $\varphi(\xi_k)$: se err rel < 1 ok (il SEGNO è corretto), altrimenti ...

4) criterio d'arresto ...

- ASSOLUTO $\quad b_k \ominus a_k < rd(\delta)$
- RELATIVO $\quad (b_k \ominus a_k) \oslash m_k < rd(\varepsilon)$

(A) $\quad b_k \ominus a_k < rd(\delta) \Rightarrow b_k - a_k < \delta$

$b_k \ominus a_k \quad rd(\delta)$

dunque quando il cr d'arresto è verif si ha (SE φ "buona"...):

$$|\xi_k - \alpha| \leq b_k - a_k < \delta$$

(R) $\quad (b_k \ominus a_k) \oslash m_k < rd(\varepsilon) \Rightarrow \frac{b_k \ominus a_k}{m_k} < \varepsilon$

MA: $b_k \ominus a_k = rd(b_k - a_k) = (1+\theta)(b_k - a_k)$ con $|\theta| \leq u$

$$\Rightarrow (1-u)(b_k - a_k) \leq b_k \ominus a_k \leq (1+u)(b_k - a_k)$$

$$\Rightarrow (1-u)\frac{b_k - a_k}{m_k} < \varepsilon \sim \frac{b_k - a_k}{m_k} < \frac{\varepsilon}{1-u}$$

Dunque (se φ "buona"...): $\left|\frac{\xi_k - \alpha}{\alpha}\right| \leq \frac{b_k - a_k}{m_k} < \frac{\varepsilon}{1-u}$

Es: $f(x) = \log x - 20$; utilizz bisez con cr d'arresto assoluto e $\delta = 10^{-9}$ ...

zero $\approx 5 \cdot 10^8$ e esp in base due $= 29$

$$\sigma(\xi) - \xi = 2^{\,29 - 53} \approx 6 \cdot 10^{-8}$$

$\Rightarrow \nexists$ int ad estremi in $F(2,53)$ che include zero e mis $< 10^{-9}$

- METODI AD UN PUNTO

idea: dato f (di cui si cerca uno zero), det h t.c.

$$f(\alpha) = 0 \Leftrightarrow h(\alpha) = \alpha$$

α zero di f $\Leftrightarrow$ α PUNTO UNITO di h (o punto FISSO)

Es: $f(x) = x + \log x$; $h_1(x) = -\log x$, $h_2(x) = e^{-x}$

$$h_3(x) = \frac{x + e^{-x}}{2}$$

h_1, h_2, h_3 verificano l'equivalenza ...

descriz del m. it ad un punto def da h (operando in $\mathbb{R}$)

dati: $h:[a,b] \to \mathbb{R}$, continua, $\gamma \in [a,b]$

$x_0 = \gamma$;

per $k = 1, 2, \dots$ **ripeti**

se $x_{k-1} \notin [a,b]$ **allora** STOP

altrimenti $x_k = h(x_{k-1})$

uscita: quando un opportuno criterio d'arresto è verif: x_k

OSS: SE $x_0, x_1, \dots \to \alpha$ ALLORA $h(x_0), h(x_1), \dots \to h(\alpha)$ (per la cont di h)

SICCOME $h(x_0) = x_1$, $h(x_1) = x_2$, ... si ha: $h(\alpha) = \alpha$

ovvero: SE la successione generata dal m. it def da h a partire da γ converge, il lim è un punto unito di h

Pb
1. data f, come scegliere h
2. scelta h, come scegliere γ t.c. succes conv.

TEO (conv locale)

Siano $[a,b]$, $h \in C^1(a,b)$ e $x_0 \in [a,b]$ t.c.

1) $\exists \alpha$ p.u di h in $[a,b]$
2) $\exists L \in [0,1)$ t.c. $\forall x \in [a,b]$ si ha $|h'(x)| \le L$
3) la succes generata dal m. it def da h a partire da x_0 è in $[a,b]$

Allora: (1) α è l'**unico** p.u di h in $[a,b]$

(2) la succes gen... da x_0 è **convergente** (ad α).

(**dim**: ...)